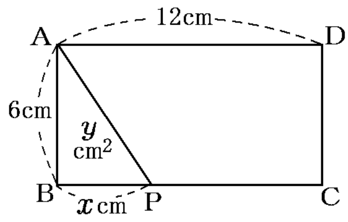
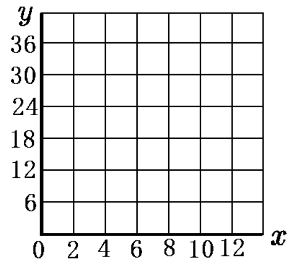
【】文章題

【】図形上の点の移動

[問題](後期期末)

右の図のような長方形 ABCD の辺 BC 上を点 P が B を出発して C まで進む。点 P が B を出発してから x cm 進んだときの三角形 ABP の面積を y cm² として, 次の各問いに答えよ。





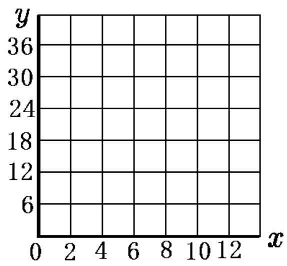
(1) y を x の式で表せ。

(2) x, y の変域を，それぞれ不等号を使って表せ。

(3) x と y の関係をグラフに表せ。

(4) 三角形 ABP の面積が 25cm² になるのは BP が何 cm のときか。

[解答欄]

(1)	(2)	(4)
(3) 		

[ヒント]

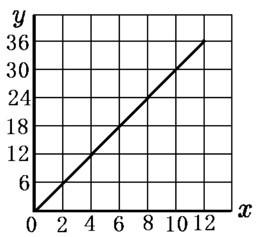
(1) (三角形 ABP の面積(y cm²))＝$\frac{1}{2}$×(底辺 BP(x cm))×(高さ AB)

(2) x の変域：○≦ x ≦□という形で表す。

(3) (1)で求めた式に y ＝25 を代入する。

[解答](1) $y=3x$ (2) $0 \leqq x \leqq 12$，$0 \leqq y \leqq 36$ (4) $\frac{25}{3}$ cm

(3)



[解説]

(1) 点 P が B を出発してから x cm 進んだとき，BP＝x

(三角形 ABP の面積)＝$\dfrac{1}{2}$ ×(底辺 BP)×(高さ AB)＝$\dfrac{1}{2}\times x\times 6=3x$　よって，$y=3x$

(2) 点 P は B を出発して C まで進む。点 C に到着したとき，x＝BP＝12

よって，x の変域は $0\leqq x\leqq 12$ となる。x＝0 のとき y＝0　x＝12 のとき

$y=3x$＝3×12＝36　よって，y の変域は $0\leqq y\leqq 36$ となる。

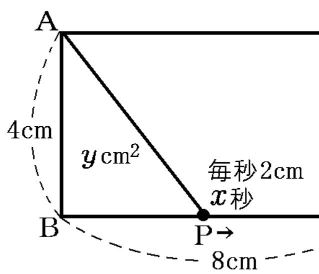
(3) 原点と(12，36)の点を結ぶ。

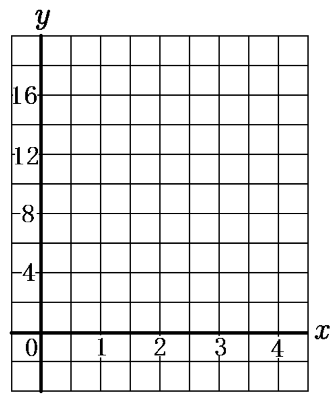
(4) 三角形 ABP の面積が 25cm² になるとき，y＝25 である。

これを $y=3x$ に代入すると，25＝$3x$，両辺を 3 でわると，$x=\dfrac{25}{3}$

[問題](3 学期)

辺 AB が 4cm，辺 BC が 8cm の長方形 ABCD がある。点 P は，辺 BC 上を点 B から点 C まで，毎秒 2cm の速さで動く。点 P が出発してから x 秒後の三角形 ABP の面積を y cm² とするとき，次の各問いに答えよ。





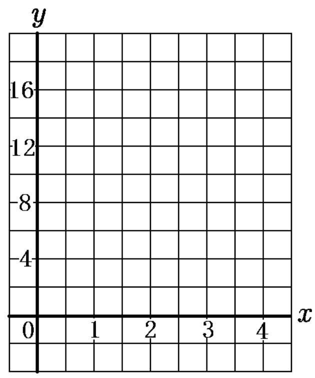
(1)　y を x の式で表せ。

(2)　x の変域を求めよ。

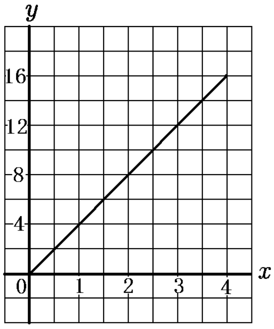
(3)　x と y の関係をグラフに表せ。

[解答欄]

(1)	(2)
(3)	

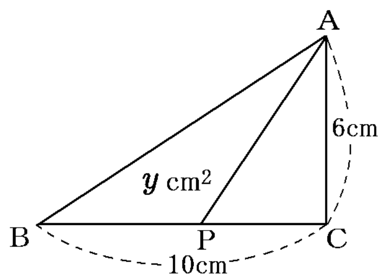


[ヒント]
(1) 点 P は毎秒 2cm の速さで動くので，x 秒後には，BP＝$2\times x=2x$ (cm)
(三角形 ABP の面積(y cm²))＝$\dfrac{1}{2}$ ×(底辺 BP)×(高さ AB)
(2) P は BC 上を動き，点 C に到着するのは $2x=8$, $x=4$ 秒後である。
(3) x の変域に注意。

[解答](1) $y=4x$ (2) $0\leqq x\leqq4$
(3)


[解説]
(1) 点 P は毎秒 2cm の速さで動くので，x 秒後には，BP＝$2\times x=2x$ (cm)
(三角形 ABP の面積)＝$\dfrac{1}{2}$ ×(底辺 BP)×(高さ AB)＝$\dfrac{1}{2}\times 2x\times 4=4x$ (cm²)
よって，$y=4x$
(2) P は BC 上を動き，点 C に到着するのは $2x=8$, $x=4$ 秒後なので，
x の変域は，$0\leqq x\leqq 4$
(3) 原点と(4，16)の点を結ぶ。

[問題](3 学期)
AC＝6cm，BC＝10cm，∠C＝90° の直角三角形 ABC の辺 BC 上を，点 P が，毎秒 1cm の速さで B から C まで動く。点 P が B を出発してから x 秒後の三角形 ABP の面積を y cm² とする。このとき，次の各問いに答えよ。
(1) x と y の関係を式で表せ。
(2) x の変域を求めよ。
(3) 三角形 ABP の面積が 24cm² になるのは，点 P が B を出発してから何秒後か。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(1) x 秒後には，BP＝$1\times x=x$(cm)

(三角形 ABP の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺 BP)×(高さ AC)

(2) P は BC 上を動き，点 C に到着するのは，$x=10$ 秒後である。

(3) (1)で求めた式に $y=24$ を代入する。

[解答](1) $y=3x$　(2) $0\leqq x\leqq 10$　(3) 8 秒後

[解説]

(1) 点 P は毎秒 1cm の速さで動くので，x 秒後には，BP＝$1\times x=x$(cm)

(三角形 ABP の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺 BP)×(高さ AC)＝$\dfrac{1}{2}\times x\times 6=3x$(cm^2)　よって，$y=3x$

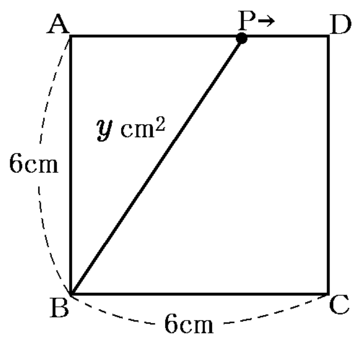
(2) P は BC 上を動き，点 C に到着するのは，$x=10$ 秒後なので，

x の変域は，$0\leqq x\leqq 10$

(3) $y=3x$ に $y=24$ を代入すると，$24=3x$，$x=24\div 3=8$

よって，8 秒後

[問題](後期中間)



右の図の正方形 ABCD で, 点 P は点 A を出発して秒速 0.5cm で辺上を点 D まで動く。点 P が点 A を出発してから x 秒後の三角形 ABP の面積を y cm^2 とする。次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) 点 P が点 A を出発して 2 秒後の三角形 ABP の面積を求めよ。

(3) 三角形 ABP の面積が四角形 PBCD の面積の $\dfrac{5}{7}$ 倍になるのは点 P が点 A を出発して何秒後か。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(3) (三角形 ABP の面積)：(四角形 PBCD の面積)＝$\dfrac{5}{7}$：1＝5：7

(三角形 ABP の面積)＋(四角形 PBCD の面積)＝(正方形 ABCD の面積)＝6×6＝36(cm^2)なので，三角形 ABP の面積を求めることができる。

[解答](1) $y=\frac{3}{2}x$　(2) 3cm²　(3) 10 秒後

[解説]

(1) 点 P は毎秒 0.5cm の速さで動くので，x 秒後には，AP＝$0.5\times x=0.5x$ (cm)

(三角形 ABP の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺 AP)×(高さ AB)＝$\frac{1}{2}\times 0.5x\times 6=\frac{3}{2}x$ (cm²)　よって，$y=\frac{3}{2}x$

(2) $x=2$ を $y=\frac{3}{2}x$ に代入すると，$y=\frac{3}{2}\times 2=3$ なので，2 秒後には 3cm² になる。

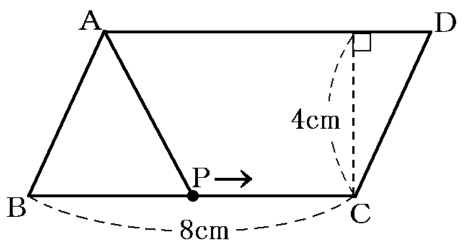
(3) 「三角形 ABP の面積が四角形 PBCD の面積の $\frac{5}{7}$ 倍」のとき，

(三角形 ABP の面積)：(四角形 PBCD の面積)＝$\frac{5}{7}$：1＝5：7

(三角形 ABP の面積)＋(四角形 PBCD の面積)＝(正方形 ABCD の面積)＝6×6＝36(cm²)なので，(三角形 ABP の面積)＝$36\times\frac{5}{5+7}=36\times\frac{5}{12}=15$ (cm²)

$y=15$ を $y=\frac{3}{2}x$ に代入すると，$15=\frac{3}{2}x$，$x=15\div\frac{3}{2}=15\times\frac{2}{3}=10$

[問題](2 学期期末)



　底辺 BC が 8cm，高さが 4cm の平行四辺形 ABCD で，点 P が，辺 BC 上を B から C まで，毎秒 2cm で動く。点 P が B を出発してから x 秒後の三角形 ABP の面積を y cm² として，次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

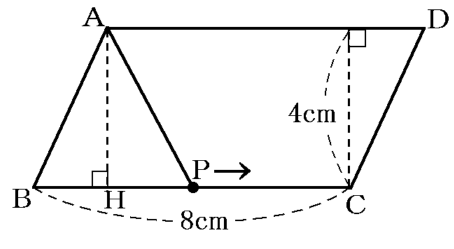
(2) y の変域を求めよ。

(3) 三角形 ABP の面積が平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{1}{4}$ になるのは，点 P が B を出発してから何秒後か。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

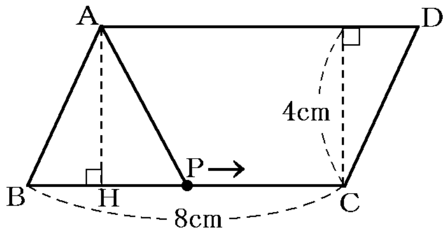


(1) 三角形 ABP の底辺を BP とすると，高さは右図の AH＝4cm である。点 P は毎秒 2cm で動くので，B を出発してから x 秒後には，BP＝2× x ＝ $2x$ (cm)である。

[解答](1) $y=4x$　(2) $0\leqq y\leqq 16$　(3) 2 秒後

[解説]

(1) 三角形 ABP の底辺を BP とすると，高さは右図の AH＝4cm である。点 P は毎秒 2cm で動くので，B を出発してから x 秒後には，BP＝2× x ＝ $2x$ (cm)である。



(x 秒後の面積)＝ $\dfrac{1}{2}$ ×BP×AH＝ $\dfrac{1}{2}\times 2x\times 4=4x$ (cm²)

$y=4x$

(2) $x=0$ のとき $y=4\times 0=0$，

点 P は B から C まで動く。C に到着したとき，BP＝ $2x$ ＝8 なので， $x=4$

$x=4$ のとき $y=4\times 4=16$

よって， y の変域は， $0\leqq y\leqq 16$ になる。

(3) (平行四辺形 ABCD の面積)＝(底辺 BC)×(高さ AH)＝8×4＝32(cm²)

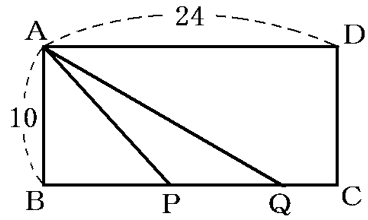
よって，平行四辺形 ABCD の面積の $\dfrac{1}{4}$ は， $32\times\dfrac{1}{4}$ ＝8(cm²)

$y=4x=8$ とおくと， $x=2$

したがって，三角形 ABP の面積が平行四辺形 ABCD の面積の $\dfrac{1}{4}$ になるのは，点 P が B を出発してから 2 秒後である。

[問題](後期中間)

右の図で，長方形 ABCD の辺 BC 上を点 B から点 C まで動く点 P，Q がある。点 P は毎秒 2cm，点 Q は毎秒 3cm の速さで同時に点 B を出発する。出発して， x 秒後の三角形 APQ の面積を y cm² とするとき，次の各問いに答えよ。



(1) y を x の式で表せ。

(2) x の変域を求めよ。

(3) y の変域を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

点 P は毎秒 2cm，点 Q は毎秒 3cm の速さで動くので，出発して x 秒後には,

BP＝2× x ＝ $2x$ (cm)，BQ＝3× x ＝ $3x$ (cm)

よって，PQ＝BQ－BP＝ $3x-2x$ ＝ x (cm)

三角形 APQ の底辺を PQ＝ x (cm)とすると，高さは AB＝10(cm)になる。

[解答](1) $y=5x$　(2) $0 \leqq x \leqq 8$　(3) $0 \leqq y \leqq 40$

[解説]

(1) 点 P は毎秒 2cm，点 Q は毎秒 3cm の速さで動くので，出発して x 秒後には，

BP＝2× x ＝ $2x$(cm)，BQ＝3× x ＝ $3x$(cm)

よって，PQ＝BQ－BP＝ $3x-2x$ ＝ x(cm)

三角形 APQ の底辺を PQ＝ x(cm)とすると，高さは AB＝10(cm)なので，

(三角形 APQ の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×PQ×AB＝ $\frac{1}{2} \times x \times 10$ ＝ $5x$ (cm²)

したがって，$y=5x$

(2) Q が C に到着するのは，24(cm)÷3(cm/秒)＝8(秒後)なので，x の変域は，

$0 \leqq x \leqq 8$ である。

(3) $x=0$ のとき $y=5x=5\times0=0$，$x=8$ のとき $y=5x=5\times8=40$ なので，

$0 \leqq y \leqq 40$

【】速さの問題

[比例するもの]

[問題](後期中間)

A さんは家を出発して，1200m はなれた図書館に毎分 80m の速さで歩いて向かった。A さんが x 分歩いたときの家からの道のりを y m として，次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) A さんは家を出発して 8 分後には，家から何 m のところにいるか。

(3) x の変域はどうなるか。A さんが家を出発してから図書館に着くまでの時間を考え，不等号を使って表せ。

[解答欄]

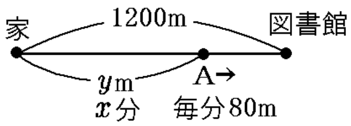
(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(1) (道のり(m))＝(速さ(毎分 80m))×(時間(分))

(2) (1)で求めた式に $x=8$ を代入する。

(3) 図書館に着いたとき $y=1200 \rightarrow x$ を求める。



[解答](1) $y=80x$　(2) 640m　(3) $0 \leqq x \leqq 15$

[解説]

(1) (道のり(m))＝(速さ(毎分 80m))×(時間(分))なので，

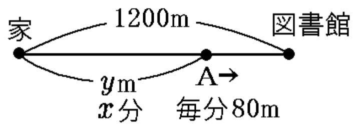
$y=80\times x$， $y=80x$

(2) $x=8$ を $y=80x$ に代入すると， $y=80\times 8=640$

(3) 図書館に着いたとき $y=1200$ である。

$y=1200$ を $y=80x$ に代入すると， $1200=80x$， $x=1200\div 80=15$

図書館に到着するのは $x=15$ のときなので， x の変域は $0 \leqq x \leqq 15$ である。



[問題](2 学期期末)

兄は，家から 600m 離れた駅へ向かって一定の速さで歩いた。兄が家を出発してから x 分後に，家からの道のりが y m になったとする。右の表は，このときの x と y の関係を表したものである。次の各問いに答えよ。

x	0	1	2	3
y	0	ア	150	イ

(1) y を x の式で表せ。

(2) 表のア，イにあてはまる数を求めよ。

(3) 兄が駅に着いたのは，家を出てから何分後か。

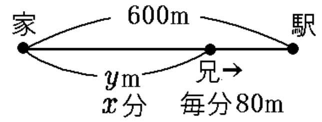
(4) y の変域を求めよ。

(5) x の変域を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)ア	イ
(3)	(4)	(5)

[ヒント]



(1) (道のり(y m))＝(速さ)×(時間(x 分))なので $y=ax$ とおくことができる。

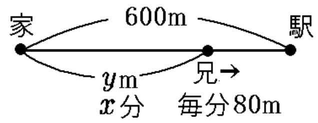
(2) (1)で求めた式に $x=1$， $x=3$ を代入する。

(3) 兄が駅に着いたとき $y=600$ である。

(4)(5) 兄が家を出発したとき $x=0$, $y=0$ である。また，兄が駅に着いたとき $y=600$ である。

[解答](1) $y=75x$ (2)ア 75 イ 225 (3) 8 分後 (4) $0 \leqq y \leqq 600$ (5) $0 \leqq x \leqq 8$

[解説]



(1) (道のり(y m))＝(速さ)×(時間(x 分))なので $y=ax$ とおくことができる。表より，$x=2$ のとき $y=150$ なので，$y=ax$ に $x=2$，$y=150$ を代入すると，$150=2a$，

$a=150\div2=75$ よって，$y=75x$

(2)ア：$x=1$ を $y=75x$ に代入すると，$y=75\times1=75$

イ：$x=3$ を $y=75x$ に代入すると，$y=75\times3=225$

(3) 兄が駅に着いたとき $y=600$ である。$y=600$ を $y=75x$ に代入すると，

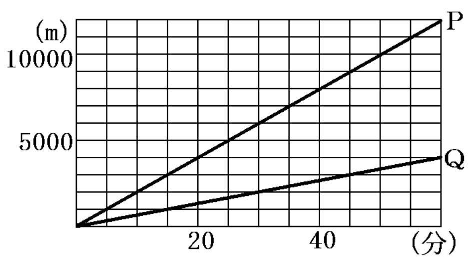
$600=75x$，$x=600\div75=8$

(4) 兄は，家と駅の間を進むので，y の変域は $0 \leqq y \leqq 600$ である。

(5) (3)より，兄が駅に着いたとき $x=8$ なので，x の変域は $0 \leqq x \leqq 8$ である。

[問題](3 学期)

学校から A 駅へ行くのに，P は自転車で，Q は歩いて，同時に出発した。右のグラフは，2 人が出発してからの時間と進んだ道のりの関係を示している。次の各問いに答えよ。



(1) P の速さは分速何 m か。

(2) P が学校を出発してから x 分間に進んだ道のりを y m とするとき，y を x の式で表せ。

(3) Q は，出発してから 60 分後に A 駅に着いたという。Q が A 駅に着いたのは，P が A 駅を通過してから何分後か。

(4) 2 人が学校を出発してから x 分間に，2 人の離れた距離を y m とするとき，y を x の式で表せ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[ヒント]

(1) グラフより，P は 40 分で 8000m 進むことがわかる。

(2) (道のり)＝(速さ)×(時間(分))

(3) グラフより，Q は 60 分後に 4000m 進んでいるので，駅は学校から 4000m 離れている。グラフより，P が 4000m 進んだのは出発してから 20 分後。

(4) 2 人の離れた距離 y m は，2 人が学校を出発してからの時間 x 分に比例するので，$y=ax$ とおくことができる。グラフより，$x=60$ のとき 2 人の離れた距離は $y=8000$ である。

[解答](1) 分速 200m　(2) $y=200x$　(3) 40 分後　(4) $y=\dfrac{400}{3}x$

[解説]

(1) P は 40 分で 8000m 進むので，(速さ)＝(距離)÷(時間)＝8000(m)÷40(分)＝200(m/分)
よって P の速さは分速 200m である。

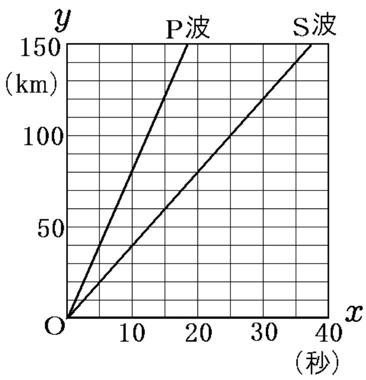
(2) (道のり)＝(速さ)×(時間)なので，$y=200\times x$，$y=200x$

(3) Q が A 駅に着いたのは，出発してから 60 分後。グラフより，Q は 60 分後に 4000m 進んでいるので，駅は学校から 4000m 離れている。グラフより，P が 4000m 進んだのは出発してから 20 分後。60－20＝40 なので，Q が A 駅に着いたのは，P が A 駅を通過してから 40 分後である。

(4) 2 人の離れた距離 y m は，2 人が学校を出発してからの時間 x 分に比例するので，$y=ax$ とおくことができる。グラフより，$x=60$ のとき 2 人の離れた距離は $y=8000$ である。
$y=ax$ に $x=60$，$y=8000$ を代入すると，$8000=60a$，$a=\dfrac{8000}{60}=\dfrac{400}{3}$　よって，$y=\dfrac{400}{3}x$

[問題](2 学期期末)

地震が発生すると，震源から P 波と S 波という 2 つの波が発生することが知られている。右のグラフは，ある地震で発生した 2 つの波が地震発生から x 秒後に，震源から y km の地点に伝わったとして，x と y の関係をグラフに表したものである。これについて，次の各問いに答えよ。



(1) P 波，S 波のグラフについて，それぞれ y を x の式で表せ。

(2) 震源から 240km 離れた地点では，P 波と S 波が伝わる時間の差は何秒になると考えられるか。

[解答欄]

(1)P 波：	S 波：	(2)

[ヒント]

(1) P 波：グラフは原点を通る直線なので， $y=ax$ の式で表すことができる。
グラフより， $x=10$ のとき $y=80$ なので，これを $y=ax$ に代入すると a が求まる。
S 波も同様にして求めることができる。
(2) (1)で求めたそれぞれの式に $y=240$ を代入する。

[解答](1)P 波： $y=8x$　S 波： $y=4x$　(2) 30 秒

[解説]

(1) P 波：グラフは原点を通る直線なので， $y=ax$ の式で表すことができる。
グラフより， $x=10$ のとき $y=80$ なので， $y=ax$ に代入すると， $80=a\times10$，
$a=80\div10=8$　よって，式は $y=8x$ となる。
S 波：グラフは原点を通る直線なので， $y=bx$ の式で表すことができる。
グラフより， $x=20$ のとき $y=80$ なので， $y=bx$ に代入すると， $80=b\times20$
$b=80\div20=4$　よって，式は $y=4x$ となる。
(2) 震源から 240km 離れた地点で P 波，S 波が伝わる時間をそれぞれ計算する。
P 波： $y=8x$ に $y=240$ を代入すると，$240=8x$　よって， $x=240\div8=30$
S 波： $y=4x$ に $y=240$ を代入すると，$240=4x$　よって， $x=240\div4=60$
したがって，P 波と S 波が伝わる時間の差は，$60-30=30$(秒)である。

[反比例するもの]

[問題](2 学期期末)

自動車が, ある道のりを時速 60km で走ったところ, 目的地に着くまでに 2 時間かかった。この道のりを時速 x km で走るときにかかる時間を y 時間として，次の各問いに答えよ。
(1) y を x の式で表せ。
(2) この道のりを時速 40km で走るときにかかる時間を求めよ。
(3) $40\leqq x\leqq60$ のときの y の変域を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(1) (時間 y)$=\dfrac{(\text{道のり})}{(\text{速さ}x)}$ なので， $y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる。
(2) $x=40$ を(1)で求めた式に代入する。
(3) $x=60$ を(1)で求めた式に代入する。

[解答](1)　$y=\dfrac{120}{x}$　(2) 3 時間　(3) $2\leqq y\leqq 3$

[解説]

(1) (時間 y)$=\dfrac{(\text{道のり})}{(\text{速さ}x)}$ なので，$y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる。

「時速 60km で走ったところ，目的地に着くまでに 2 時間かかった」とあるので，

$x=60$，$y=2$ を $y=\dfrac{a}{x}$ に代入すると，$2=\dfrac{a}{60}$，$a=2\times60=120$

よって，$y=\dfrac{120}{x}$ が成り立つ。

(2)　$x=40$ を $y=\dfrac{120}{x}$ に代入すると，$y=\dfrac{120}{40}=3$

(3)　x の変域は $40\leqq x\leqq 60$ である。

(2)より，$x=40$ のとき $y=3$

$x=60$ のとき，$y=\dfrac{120}{x}=\dfrac{120}{60}=2$ である。よって，y の変域は $2\leqq y\leqq 3$ になる。

[問題](2 学期期末)

60km の道のりを，毎時 x km の速さの自動車が走るときにかかる時間を y 時間とおくとき，①y を x の式で表せ。②また，比例定数も求めよ。

[解答欄]

①	②

[ヒント]

(時間)＝(距離)÷(速さ)

[解答]①$y=\dfrac{60}{x}$　② 60

[解説]

変数 x，y が $y=\dfrac{a}{x}$ という式で表されるとき，y は x に反比例するという。a は比例定数という。(時間)＝(距離)÷(速さ)なので，

$y=60\div x$，$y=\dfrac{60}{x}$　比例定数は 60

【】水そうの問題

[比例]

[問題](2 学期期末)

水が 200L 入る水そうに，毎分 8L の割合で水を入れていく。水を入れはじめてから x 分後の水の量を y L とするとき，次の各問いに答えよ。

(1) x，y の関係を式に表せ。

(2) x の変域を求めよ。

(3) y の変域を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(たまった水の量)＝8(L)×(分)

y の変域は，$0 \leqq y \leqq 200$

[解答](1) $y=8x$ (2) $0 \leqq x \leqq 25$ (3) $0 \leqq y \leqq 200$

[解説]

(1) 1 分間に 8L の水が入るので，x 分では $8 \times x = 8x$ (L)の水が入る。

よって，$y=8x$

(2)(3) この水そうは水が 200L 入るので，y の変域は，$0 \leqq y \leqq 200$ である。

$y=8x$ に $y=200$ を代入すると，$200=8x$，$x=200 \div 8$，$x=25$

よって，25 分後に水がいっぱいになり，$x>25$ の範囲では $y=8x$ の式は成り立たない。

また，$x<0$ はこの問題では意味をなさない。

よって，$y=8x$ が成り立つ x の変域は，$0 \leqq x \leqq 25$

[問題](後期中間)

水が 150l 入る水そうに, 毎分同じ割合で水を入れ始めてから x 分後の水そうに入った水の量を y L とする。次の表は，このときの x と y の関係を表したものである。各問いに答えよ。

時間 x (分)	0	1	2	3	・・・
水の量 y (L)	0	ア	30	イ	・・・

(1) y を x の式で表せ。

(2) 表のア，イにあてはまる数を求めよ。

(3) x の変域を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)ア	イ
(3)		

[ヒント]

(1) y は x に比例するので $y=ax$ の形で表すことができる。

表で，$x=2$ のとき $y=30$ なので，$y=ax$ に代入すると a を求めることができる。

[解答](1) $y=15x$　(2)ア 15　イ 45　(3) $0 \leqq x \leqq 10$

[解説]

(1) y は x に比例するので $y=ax$ の形で表すことができる。

表で，$x=2$ のとき $y=30$ なので，$y=ax$ に代入すると，$30=a\times 2$，$a=30\div 2=15$

よって，$y=15x$

(2)ア：$x=1$ を $y=15x$ に代入すると，$y=15\times 1=15$

イ：$x=3$ を $y=15x$ に代入すると，$y=15\times 3=45$

(3) この水そうに入る水の最大量は 150L なので，y の変域は，$0\leqq y\leqq 150$

$y=15x$ に $y=150$ を代入すると，$150=15x$，$x=10$　よって，x の変域は $0\leqq x\leqq 10$

[問題](後期中間)

42L 入るタンクが満水になっている。いま，このタンクにつけられている排水管の口を開いて，毎分 3L の割合でタンクから水を抜いていき，タンクが空になったところで排水管の口を閉じる。水を抜き始めてから x 分後のタンクから排水した水の量を y L として，次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) 何分後に排水管の口を閉じることになるか。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) 毎分 3L の割合で排水するので，x 分後には，$3\times x=3x$(L)排水することになる。

(2) タンクが空になるのは 42L 排水したときである。(1)で求めた式に $y=42$ を代入する。

[解答](1) $y=3x$　(2) 14 分後

[解説]

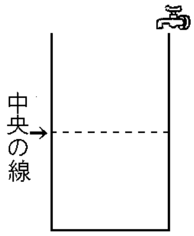
(1) 毎分 3L の割合で排水するので，x 分後には，$3\times x=3x$(L)排水することになる。

したがって，$y=3x$ が成り立つ。

(2) 42L 入るタンクが満水になっているので，タンクが空になるのは 42L 排水したときである。 $y=3x$ に $y=42$ を代入すると， $42=3x$， $x=42\div3$， $x=14$
したがって，14 分後にタンクが空になり，排水管の口を閉じることになる。

[問題](後期期末)

右の図のような高さが 20cm の水そうがある。この水そうに毎分 2cm ずつ水面が高くなるように水を入れていく。この水そうで，中央の線に水面がきたときから x 分後に，水面が中央の線より y cm 高い位置にあるとして，次の各問いに答えよ。ただし，水面が中央の線より下にあるときは，$x<0$， $y<0$ とする。



(1) x と y の関係を式に表せ。
(2) y の変域を求めよ。
(3) x の変域を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

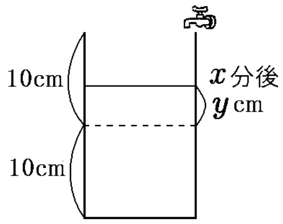
[ヒント]

(1) 中央の線に水面がきたときから x 分後には，水面は中央の線より $2\times x=2x$ (cm)高くなる。
(2) この水そうは，中央の線より上下に 10cm の高さである。中央の線を基準に上を＋，下を－で表すと， y は -10 から $+10$ の範囲の値をとる。

[解答](1) $y=2x$　(2) $-10\leqq y\leqq10$　(3) $-5\leqq x\leqq5$

[解説]

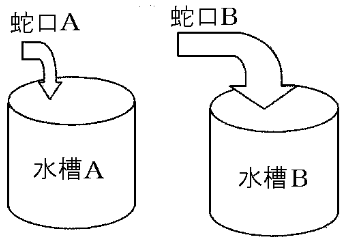
(1) 水面は毎分 2cm ずつ高くなる。中央の線に水面がきたときから x 分後には，水面は中央の線より $2\times x=2x$ (cm)高くなる。したがって， $y=2x$ が成り立つ。



(2) 右図のように，この水そうは，中央の線より上下に 10cm の高さである。中央の線を基準に上を＋，下を－で表すと，y は -10 から $+10$ の範囲の値をとる。
したがって， y の変域は， $-10\leqq y\leqq10$ となる。
(3) $y=2x$ に $y=10$ を代入すると， $10=2x$， $x=10\div2$， $x=5$
$y=2x$ に $y=-10$ を代入すると， $-10=2x$， $x=(-10)\div2$， $x=-5$
したがって， x の変域は， $-5\leqq x\leqq5$ となる。

[問題](後期中間)

深さが 24cm である同じ円柱の水そう A，水そう B がある。水そう A には蛇口 A で，水そう B には蛇口 B で水を入れる。空の状態で 2 つ同時に水を入れ始め，満水になったら水を止めた。右下のグラフはこの様子を表したものである。水を入れ始めてから x 分後の水面の高さを y cm として, 次の各問いに答えよ。

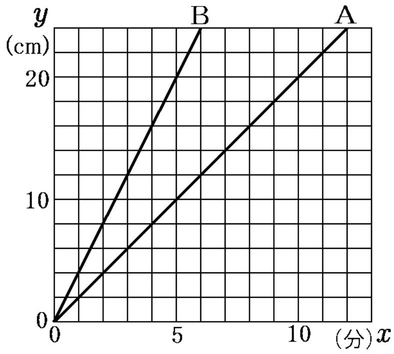


(1) 水そう A，水そう B について，それぞれ y を x の式で表せ。

(2) 水そう A の x の変域を求めよ。

(3) 水そう A と水そう B の水面の高さの差が 6cm になるのは，水を入れ始めてから何分後か。

(4) 蛇口 A と蛇口 B を両方使って, 空の水そう A に水を入れることにする。水そう A が満水になるのは入れ始めてから何分後か。



[解答欄]

<table>
<tr><td colspan="3">(1)水そう A :</td><td colspan="3">水そう B :</td></tr>
<tr><td colspan="2">(2)</td><td colspan="2">(3)</td><td colspan="2">(4)</td></tr>
</table>

[ヒント]

(1) 水そう A，水そう B ともに y は x に比例するので，それぞれ，$y=ax$，$y=bx$ とおく。グラフから，適当な x，y の整数値を選び，式に代入して a，b を求める。

(2) $0 \leqq y \leqq 24$ から x の変域がわかる。

(3) (1)より，水そう A は $y=2x$，水そう B は $y=4x$ なので，x 分後の水面の高さの差は，$4x-2x=2x$(cm)となる。

(4) 蛇口 A と蛇口 B を両方使うと，x 分後には，$2x+4x=6x$(cm)になる。

[解答](1)水そう A : $y=2x$　水そう B : $y=4x$　(2) $0 \leqq x \leqq 12$　(3) 3 分後　(4) 4 分後

[解説]

(1) 水そう A，水そう B ともに y は x に比例するので，それぞれ，$y=ax$，$y=bx$ とおく。グラフより，水そう A では，$x=5$ のとき $y=10$ なので，$y=ax$ に $x=5$，$y=10$ を代入すると，$10=a\times5$，$a=10\div5=2$　よって，$y=2x$

水そう B では，$x=5$ のとき $y=20$ なので，$y=bx$ に $x=5$，$y=20$ を代入すると，$20=b\times5$，$b=20\div5=4$　よって，$y=4x$

(2) y の変域は $0 \leqq y \leqq 24$ である。水そう A の式は $y=2x$ なので，$y=0$ のとき $x=0$，$y=24$ のとき，$24=2x$，$x=12$　したがって，x の変域は $0 \leqq x \leqq 12$

(3) (1)より，水そう A は $y=2x$，水そう B は $y=4x$ なので，x 分後の水面の高さの差は，$4x-2x=2x$ となる。高さの差が 6cm になるとき，$2x=6$ が成り立つ。よって，$x=6\div2=3$
水面の高さの差が 6cm になるのは，水を入れ始めてから 3 分後である。
(4) 蛇口 A と蛇口 B を両方使うと，x 分後には，$2x+4x=6x$(cm)になる。満水になるとき，$6x=24$，$x=24\div6=4$　よって，4 分後に満水になる。

[反比例]
[問題](3 学期)
毎分 6L ずつ水を入れると，1 時間でいっぱいになる水そうがある。
(1) 毎分 x L ずつ水をいれるとき，水そうがいっぱいになるまでに y 分かかるとして，y を x の式で表せ。
(2) (1)の場合，x と y は比例か反比例か。
(3) 毎分 4L ずつ水を入れると，何分で水そうがいっぱいになるか。
[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]
(1) (水そうに入る水の量)＝6(L／分)×60(分)＝360(L)
(1 分間に入れる水の量 x (L))×(いっぱいになるまでの時間 y (分))＝360(L)
(2) (1)で求めた式が $y=ax$ という形なら比例，$y=\dfrac{a}{x}$ なら反比例である。
(3) (1)で求めた式に $x=4$ を代入する。
[解答](1) $y=\dfrac{360}{x}$　(2) 反比例　(3) 90 分
[解説]
(1) 毎分 6L ずつ水を入れると，1 時間＝60 分で水そうがいっぱいになるので，
(水そうに入る水の量)＝6(L／分)×60(分)＝360(L)
毎分 x L ずつ水をいれるとき，水そうがいっぱいになるまでに y 分かかるとすると，
$x\times y=360$　両辺を x で割ると，$y=360\div x$，$y=\dfrac{360}{x}$
(2) $y=\dfrac{a}{x}$ の形になるとき，x と y は反比例するので，$y=\dfrac{360}{x}$ は反比例の式である。
(3) $x=4$ を $y=\dfrac{360}{x}$ に代入すると，$y=\dfrac{360}{4}=90$ (分)

[問題](3 学期)

24L 入るからの水そうを満水にするのに 1 分間に x L ずつ水を入れるとき， y 分かかるとする。次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) x の変域を $4 \leqq x \leqq 12$ とするとき， y の変域を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) (1 分間にいれる水の量 x (L))×(満水にするのにかかる時間 y (分))＝24(L)

(2) (1)で求めた式に， $x=4$ と $x=12$ を代入する。

[解答](1) $y=\dfrac{24}{x}$ (2) $2 \leqq y \leqq 6$

[解説]

(1) (1 分間にいれる水の量 x (L))×(満水にするのにかかる時間 y (分))＝24(L)なので，

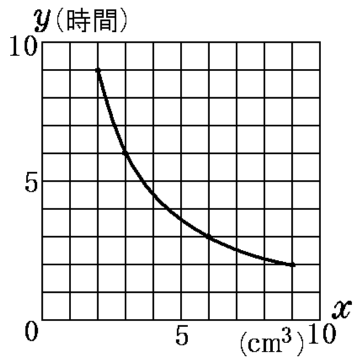
$xy=24$，両辺を x で割ると， $y=24 \div x$， $y=\dfrac{24}{x}$

(2) $x=4$ を $y=\dfrac{24}{x}$ に代入すると， $y=\dfrac{24}{4}=6$， $x=12$ を $y=\dfrac{24}{x}$ に代入すると， $y=\dfrac{24}{12}=2$

よって， y の変域は， $2 \leqq y \leqq 6$

[問題](後期期末)

水そうに水を満たしてある。この水を，毎時 x m^3 の割合で流し出すと y 時間で空になる。このときの x と y の関係を右のグラフで表した。次の各問いに答えよ。



(1) y を x の式で表せ。

(2) グラフを見て x の変域を不等号を使って表せ。

(3) 毎時 $8m^3$ の割合で水を流し出すと，水そうが空になるまでに何時間何分かかるか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]
(1) (毎時流し出す水の量 x (m^3))×(空になる時間 y (時間))＝(最初の水の量)
(2) グラフより，この曲線が存在する x の範囲を読み取る。
(3) (1)で求めた式に $x=8$ を代入する。

[解答](1) $y=\frac{18}{x}$　(2) $2\leqq x\leqq 9$　(3) 2 時間 15 分

[解説]
(1) (毎時流し出す水の量 x (m^3))×(空になる時間 y (時間))＝(最初の水の量)なので，
$xy=a$ とおく。グラフより，$x=2$ のとき $y=9$ なので，$2\times 9=a$，$a=18$
よって，$xy=18$，両辺を x でわると，$y=\frac{18}{x}$
(2) グラフより，この曲線が存在するのは，$2\leqq x\leqq 9$ の範囲である。
(3) $y=\frac{18}{x}$ に $x=8$ を代入すると，$y=\frac{18}{8}=\frac{9}{4}$
$\frac{9}{4}=2+\frac{1}{4}$ で，$\frac{1}{4}$ (時間)＝$60\times\frac{1}{4}$＝15(分)なので，2 時間 15 分

【】その他(比例するもの)

[面積]

[問題](2 学期期末)

次の表は，縦の長さが 3cm の長方形の，横の長さを x cm，面積を y cm² として，x と y の関係を表したものである。各問いに答えよ。

x	1	2	3	4	5	6	7
y	3	6	9	12	15	18	(ア)

(1) この x, y のように，いろいろな値をとる文字を何というか。

(2) 表の(ア)にあてはまる数を答えよ。

(3) y を x の式で表せ。

(4) この x と y の関係は比例といえるか。「いえる」「いえない」のどちらかで答えよ。

(5) 比例定数を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) 変数　(2) 21　(3) $y=3x$　(4) いえる　(5) 3

[解説]

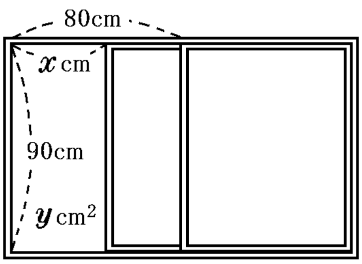
(2) (面積 y cm²)＝(縦の長さ)×(横の長さ x cm)＝3×7＝21cm

(3) (面積 y cm²)＝(縦の長さ)×(横の長さ x cm)＝$3\times x=3x$ なので，$y=3x$

(4)(5) x と y が $y=ax$ という式で表されるとき，比例で a は比例定数。

[問題](2 学期期末)

右の図で，しまっている窓を開けるとき，開けた部分の横の長さを x cm，開けた部分の面積を y cm² として，各問いに答えよ。



(1) 次の x と y の対応の表において，アにあてはまる数を求めよ。

x (cm)	0	20	40	60	80
y (cm²)	0	1800	3600	ア	7200

(2) x の値が 2 倍, 3 倍, 4 倍･･･と変わるときそれに対応する y の値はどのように変わるか。

(3) y は x に比例するか。

(4) y を x の式で表せ。

(5) x の変域を $30\leqq x\leqq 60$ とするとき，y の変域を，不等号を使って表せ。

[解答欄]

(1)	(2)	
(3)	(4)	(5)

[ヒント]

(4) (開けた部分の面積)＝(縦の長さ)×(横の長さ)

(5) (4)で求めた式に，$x=30$，$x=60$を代入する。

[解答](1) 5400　(2) 2 倍，3 倍，4 倍･･･と変わる。　(3) 比例する　(4) $y=90x$

(5) $2700 \leqq y \leqq 5400$

[解説]

(1) (開けた部分の面積)＝(縦の長さ)×(横の長さ)＝90×60＝5400

(2)(3) xが 20，40，60，80 と 2 倍，3 倍，4 倍･･･と変わるとき，

yも 1800，3600，5400，7200 と 2 倍，3 倍，4 倍･･･と変わるので，比例といえる。

(4) (開けた部分の面積)＝(縦の長さ)×(横の長さ) なので，$y=90\times x$，$y=90x$

(5) $x=30$のとき，$y=90x=90\times 30=2700$

(1)より，$x=60$のとき，$y=5400$　よって，yの変域は，$2700 \leqq y \leqq 5400$

[重さ]

[問題](2 学期期末)

同じくぎがたくさんあり，全体の重さは 216g である。くぎの本数を調べるために，このくぎ 25 本の重さをはかったら，60g あった。次の各問いに答えよ。

(1) このくぎx本の重さをy g として，yをxの式で表せ。

(2) くぎは，全部で何本あると考えられるか。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

くぎの本数(x本)を 2，3，4･･･倍にすると，重さ(y g)も 2，3，4･･･倍になるので，yはxに比例する。したがって，$y=ax$(aは比例定数)とおくことができる。

[解答](1) $y=\dfrac{12}{5}x$　(2) 90 本

[解説]

(1) くぎの本数(x 本)を 2，3，4･･･倍にすると，重さ(y g)も 2，3，4･･･倍になるので，y は x に比例する。したがって，$y=ax$(a は比例定数)とおくことができる。

「くぎ 25 本の重さをはかったら，60g あった」とあるので，$x=25,\ y=60$ を $y=ax$ に代入すると，$60=a\times 25$，$a=60\div 25=\dfrac{60}{25}=\dfrac{12}{5}$　よって，$y=\dfrac{12}{5}x$

(2) 「全体の重さは 216g である」とあるので，$y=216$ を $y=\dfrac{12}{5}x$ に代入する。

$216=\dfrac{12}{5}x$，$x=216\div\dfrac{12}{5}=216\times\dfrac{5}{12}=90$

したがって，くぎは全部で 90 本ある。

[問題](2 学期期末)

　3m で 45g の針金がある。これについて，次の各問いに答えよ。

(1) この針金の長さ x m と重さ y g の関係について，y を x の式で表せ。

(2) この針金 25m の重さは何 g か。

(3) この針金 90g の長さは何 m か。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

針金の長さ(x m)を 2，3，4･･･倍にすると，重さ(y g)も 2，3，4･･･倍になるので，y は x に比例する。したがって，$y=ax$(a は比例定数)とおくことができる。

[解答](1) $y=15x$　(2) 375g　(3) 6m

[解説]

(1) 針金の長さ(x m)を 2，3，4･･･倍にすると，重さ(y g)も 2，3，4･･･倍になるので，y は x に比例する。したがって，$y=ax$(a は比例定数)とおくことができる。

「3m で 45g」なので，$x=3,\ y=45$ を $y=ax$ に代入すると，$45=a\times 3$，$a=45\div 3=15$

よって，$y=15x$

(2) $x=25$ を $y=15x$ に代入すると，$y=15\times 25=375$

よって，この針金 25m の重さは 375g である。

(3) $y=90$ を $y=15x$ に代入すると，$90=15x$，$x=90\div 15=6$

よって，この針金 90g の長さは 6m である。

[問題](3 学期)

画用紙が何枚か重ねてあり，厚さを測ると62mmであった。この画用紙20枚の厚さは5mmであった。画用紙x枚の厚さをy mmとして，次の各問いに答えよ。

(1) yをxの式で表せ。

(2) 重ねてある画用紙の枚数を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

画用紙の枚数(x枚)を2，3，4･･･倍にすると，厚さ(y mm)も2，3，4･･･倍になるので，yはxに比例する。よって，$y=ax$(aは比例定数)とおくことができる。

[解答](1) $y=\frac{1}{4}x$　(2) 248枚

[解説]

(1) 画用紙の枚数(x枚)を2，3，4･･･倍にすると，厚さ(y mm)も2，3，4･･･倍になるので，yはxに比例する。よって，$y=ax$とおくことができる。

「この画用紙20枚の厚さは5mmであった」とあるので，$y=ax$に$x=20$，$y=5$を代入すると，$5=20a$，$a=5\div 20=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$　したがって，$y=\frac{1}{4}x$が成り立つ。

(2) $y=\frac{1}{4}x$に$y=62$を代入すると，$62=\frac{1}{4}x$，$x=62\times 4=248$

よって，画用紙の枚数は248枚である。

[問題](2 学期期末)

紙パックをトイレットペーパーにリサイクルするとき，紙パックの重さと，紙パックからできるトイレットペーパーの個数の関係は，次のような表になる。

紙パックの重さ(kg)	150	300	450
トイレット ペーパーの個数(個)	900	1800	2700

(1) トイレットペーパーの個数は紙パックの重さに比例すると考えられるのはなぜか。その理由をかけ。

(2) x kgの紙パックからy個のトイレットペーパーができるとするとき，xとyの関係を式に表せ。

(3) 500kgの紙パックから何個のトイレットペーパーができるか。

[解答欄]

(1)		
(2)	(3)	

[ヒント]

(2) トイレットペーパーの個数(y 個)は紙パックの重さ(x kg)に比例するので，
$y = ax$ (a は比例定数)とおくことができる。

[解答](1) 紙パックの重さが 2，3 倍になると，トイレットペーパーの個数も 2，3 倍になっているから。　(2) $y = 6x$　(3) 3000 個

[解説]

(2) トイレットペーパーの個数(y 個)は紙パックの重さ(x kg)に比例するので，
$y = ax$ (a は比例定数)とおくことができる。
表より，150kg のとき 900 個なので， $x = 150$， $y = 900$ を $y = ax$ に代入すると，
$900 = 150a$， $a = 900 \div 150 = 6$　よって， $y = 6x$ が成り立つ。
(3) $y = 6x$ に $x = 500$ を代入すると， $y = 6 \times 500 = 3000$
よって，500kg の紙パックから 3000 個のトイレットペーパーができる。

[ろうそく]

[問題](2 学期期末)

長さが 15cm のろうそくがある。このろうそくを燃やしたら，15 分間で 9cm 短くなった。次の各問いに答えよ。

(1) このろうそくを 1 分間燃やすと，何 cm 短くなるか。
(2) ろうそくを x 分間燃やすと y cm 短くなるとして， y を x の式で表せ。
(3) x の変域を，不等号を使って表せ。
(4) ろうそくが残り 3cm になるのは何分後か。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[ヒント]

(1) 15 分間で 9cm 短くなるので，1 分間では，9÷15＝0.6cm 短くなる。
(2) ろうそくを x 分間燃やすと， $0.6 \times x = 0.6x$ cm 短くなる。

[解答](1) 0.6cm　(2) $y = 0.6x$　(3) $0 \leqq x \leqq 25$　(4) 20 分後

[解説]

(1) 15 分間で 9cm 短くなるので，1 分間では，9÷15＝0.6(cm)短くなる。

(2) ろうそくを x 分間燃やすと， $0.6\times x=0.6x$ cm 短くなる。よって， $y=0.6x$

(3) ろうそくが燃えつきるとき， $y=15$

これを $y=0.6x$ に代入すると，$15=0.6x$， $x=15\div 0.6=25$

よって $x=25$ 分後に燃え尽きる。$x>25$ の範囲ではろうそくはなくなってしまっているので，$y=0.6x$ の式は成り立たない。また， $x<0$ はこの問題では意味を持たない。

よって $y=0.6x$ の式が成り立つのは， x が $0\leqq x\leqq 25$ の変域の中にあるときである。

(4) ろうそくが残り 3cm になるのは，15－3＝12cm 燃えて短くなったときである。

$y=12$ を $y=0.6x$ に代入すると，$12=0.6x$， $x=12\div 0.6=20$

よって，ろうそくが残り 3cm になるのは 20 分後である。

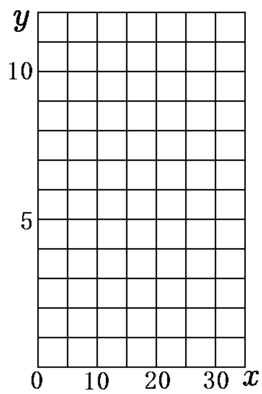
[問題](2 学期期末)

　5 分間に 2cm の割合で燃える長さ 10cm のろうそくがある。火をつけてから x 分間にろうそくが燃える長さを y cm とする。

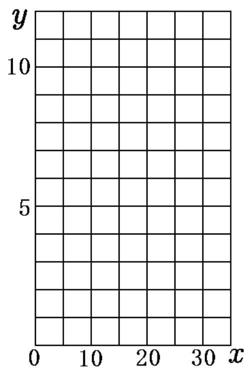
(1) y を x の式で表せ。

(2) x の変域を求めよ。

(3) x と y の関係をグラフで表せ。(※変域に注意すること)



[解答欄]

<table>
<tr><td>(1)</td><td>(2)</td></tr>
<tr><td>(3) 
</td><td></td></tr>
</table>

[ヒント]

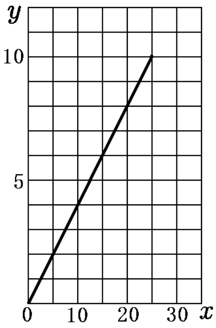
(1)「5 分間に 2cm の割合で燃える」ので，1 分間では，2÷5＝0.4(cm)燃える。

したがって， x 分間では， $0.4\times x=0.4x$ (cm)燃える。

(2) ろうそくが燃えつきるとき， $y=10$

これを(1)で求めた式に代入する。

[解答](1) $y=0.4x$　(2) $0 \leqq x \leqq 25$

(3)


[解説]

(1)「5 分間に 2cm の割合で燃える」ので，1 分間では，2÷5＝0.4(cm)燃える。

したがって，x 分間では，$0.4\times x=0.4x$ (cm)燃える。よって，$y=0.4x$ が成り立つ。

(2) ろうそくが燃えつきるとき，$y=10$

これを $y=0.4x$ に代入すると，$10=0.4x$，$x=10\div 0.4=25$

したがって，x の変域は $0\leqq x\leqq 25$ である。

(3) $x=25$ のとき $y=10$　したがって，原点と(25，10)を結ぶ線分が求めるグラフになる。

[その他]

[問題](2 学期期末)

ばねののびがおもりの重さに比例するばねがある。このばねに 40g のおもりをつるしたところ，ばねが 2cm のびた。次の各問いに答えよ。

(1) おもりの重さが 1g 増えると，ばねは何 cm のびるか。

(2) x g のおもりをつるすと，y cm のびるとして，次のような式をつくった。(　　)にあてはまる数を入れよ。

$x\times(\qquad)=y$

(3) 240g のおもりをつるしたときのばねののびは何 cm か。

(4) (2)の x の変域を $0\leqq x\leqq 600$ とするとき，y の変域を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[ヒント]

(1) 40g のおもりでばねが 2cm のびたので，1g では 2÷40＝0.05cm のびる。

(2) 1g で 0.05cm のびるので，x g では，$0.05\times x=0.05x$ のびる。

(3) (2)で求めた式に $x=240$ を代入する。

(4) (2)で求めた式に $x=0$ と $x=600$ をそれぞれ代入する。

[解答](1) 0.05cm　(2) 0.05　(3) 12cm　(4)　$0 \leqq y \leqq 30$
[解説]
(1) 40g のおもりでばねが 2cm のびたので，1g では 2÷40＝0.05cm のびる。
(2) 1g で 0.05cm のびるので，x g では，$0.05 \times x = 0.05x$ のびる。
ゆえに，$y = 0.05x$
(3)　$y = 0.05x$ に $x = 240$ を代入すると，$y = 0.05 \times 240 = 12$
よって，12cm のびる。
(4)　$x = 0$ のとき $y = 00.5 \times 0 = 0$，$x = 600$ のとき，$y = 0.05 \times 600 = 30$
よって，y の変域は，$0 \leqq y \leqq 30$

[問題](2 学期期末)
　30L のガソリンで 360km 走る自動車がある。この自動車は x L のガソリンで y km 走るとして，次の各問いに答えよ。
(1)　y を x の式で表せ。
(2)　ガソリン 50L では何 km 走ることができるか。
(3)　960km の道のりを走るには何 L のガソリンが必要か。
[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]
「30L のガソリンで 360km 走る」ので，1L では，360÷30＝12(km)走る。
したがって，x L では，12(km)×x ＝12x (km)走る。

[解答](1)　$y = 12x$　(2) 600km　(3) 80L
[解説]
(1)　「30L のガソリンで 360km 走る」ので，1L では，360÷30＝12(km)走る。
したがって，x L では，12(km)×x ＝12x (km)走る。
よって，$y = 12x$ が成り立つ。
(2)　$y = 12x$ に $x = 50$ を代入すると，$y = 12 \times 50 = 600$ (km)
(3)　$y = 12x$ に $y = 960$ を代入すると，
$960 = 12x$，　$x = 960 \div 12 = 80$ (L)

【】その他(反比例するもの)

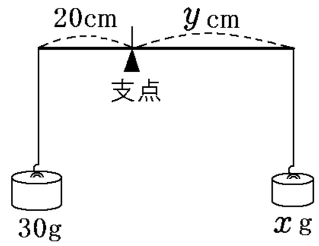
[てんびん]

[問題](2 学期期末)

右の図のように，てんびんの支点から左側に 20cm 離れたところに 30g のおもりをつり下げる。また，支点から右側につり下げるおもりの重さと支点からの距離をいろいろ変えて，左右がつり合うようにした。そのとき，

(おもりの重さ)×(支点からの距離)が一定の値をとる。

次の各問いに答えよ。



(1) 支点からの距離はおもりの重さに比例するか，反比例するか。「比例」または「反比例」という形で答えよ。

(2) つり下げるおもりの重さを x g, そのときの支点からの距離を y cm とするとき，y を x の式で表せ。

(3) 48g のおもりをつり下げるとき，おもりは支点から何 cm 離れているか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(おもりの重さ x g)×(支点からの距離 y cm)＝(一定の値 a)なので， $xy=a$， $y=\frac{a}{x}$

[解答](1) 反比例 (2) $y=\frac{600}{x}$ (3) 12.5cm

[解説]

(1)(2) (おもりの重さ x g)×(支点からの距離 y cm)＝(一定の値 a)なので， $xy=a$，

両辺を x で割ると， $xy \div x = a \div x$， $y=\frac{a}{x}$

$x=30$, $y=20$ を $xy=a$ に代入すると， $30\times 20=a$， $a=600$

よって， $y=\frac{600}{x}$

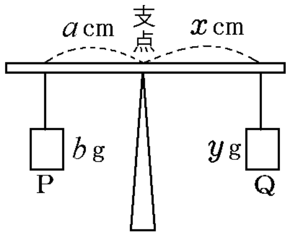
これは反比例の式で， y (支点からの距離)は x (おもりの重さ)に反比例する。

(3) $y=\frac{600}{x}$ に $x=48$ を代入すると， $y=\frac{600}{48}=600\div 48=12.5$

したがって，48g のおもりをつり下げるとき，おもりは支点から 12.5cm 離れている。

[問題](後期中間)

右の図のようなてんびんで，支点から a cm のところにつり下げた b g の物体 P と，支点から x cm のところにつり下げた y g の物体 Q がつり合うとき，$ab=xy$ の関係が成り立つ。$a=18$，$b=75$ のとき，次の各問いに答えよ。



(1) y を x の式で表せ。

(2) 物体 Q の重さが 90g のとき，物体 Q を支点から何 cm のところにつり下げればつり合うか。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $y=\dfrac{1350}{x}$ (2) 15cm

[解説]

(1) $ab=xy$ に $a=18$，$b=75$ を代入すると，

$18\times75=xy$，$xy=1350$

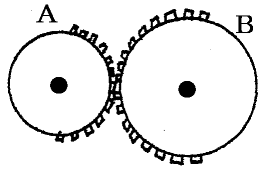
両辺を x で割ると，$xy\div x=1350\div x$，$y=\dfrac{1350}{x}$

(2) $xy=1350$ に $y=90$ を代入すると，$90x=1350$，$x=1350\div90$，$x=15$

[歯車]

[問題](3 学期)

A，B2 つの歯車がかみ合っている。A の歯車の歯数は 18 で毎分 50 回転している。B の歯車の歯数を x，1 分間の回転数を y として，次の各問いに答えよ。



歯数 x	10	20	30	40	50
1 分間の回転数 y	90	ア	イ	22.5	18

(1) x と y の間の関係を表す上の表について，ア，イにあてはまる数を答えよ。

(2) 上の表から x と y の関係は，比例か，反比例か。

(3) y を x の式で表せ。

(4) B の歯数が 60 のとき，B の歯車の 1 分間の回転数を求めよ。

[解答欄]

(1)ア	イ	(2)
(3)	(4)	

[ヒント]
歯車Bの歯が1つ進むと，歯車Aの歯も1つ進む。
また，(進んだ歯数)＝(歯の数)×(回転数)
(歯車Aの進んだ歯数)＝18×50，(歯車Bの進んだ歯数)＝ $x \times y$
(歯車Bの進んだ歯数)＝(歯車Aの進んだ歯数)

[解答](1)ア 45 イ 30 (2) 反比例 (3) $y=\dfrac{900}{x}$ (4) 15

[解説]
歯車Bの歯が1つ進むと，歯車Aの歯も1つ進む。
また，(進んだ歯数)＝(歯の数)×(回転数)
(歯車Aの進んだ歯数)＝18×50，(歯車Bの進んだ歯数)＝ $x \times y$
(歯車Bの進んだ歯数)＝(歯車Aの進んだ歯数)なので，
$x \times y = 18 \times 50$, $xy = 900$ 両辺を x で割ると，

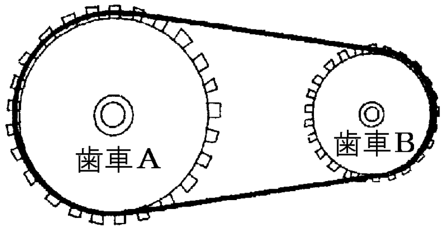
$xy \div x = 900 \div x$, $y=\dfrac{900}{x}$

x, y の間に $y=\dfrac{a}{x}$ (a は比例定数)という関係が成り立つとき，y は x に反比例する。

(ア) $x=20$ のとき，$y=\dfrac{900}{x}=\dfrac{900}{20}=45$ (イ) $x=30$ のとき，$y=\dfrac{900}{x}=\dfrac{900}{30}=30$

(4) $x=60$ のとき，$y=\dfrac{900}{x}=\dfrac{900}{60}=15$

[問題](3学期)
右の図のように，歯の数が25である歯車Aを48回転させると，歯の数が x である歯車Bが y 回転する機械がある。次の各問いに答えよ。



(1) y を x の式で表せ。
(2) 歯車Bの歯の数が15で，歯車Aを48回転させると，歯車Bは何回転するか。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]
歯車Bの歯が1つ進むと，歯車Aの歯も1つ進む。また，(進んだ歯数)＝(歯の数)×(回転数)
(歯車Bの進んだ歯数)＝(歯車Aの進んだ歯数)

[解答](1) $y=\frac{1200}{x}$ (2) 80回転

[解説]

(1) 歯車 B の歯が 1 つ進むと，歯車 A の歯も 1 つ進む。

また，(進んだ歯数)＝(歯の数)×(回転数)

(歯車 B の進んだ歯数)＝(歯車 A の進んだ歯数)

$x\times y=25\times 48,\ xy=1200$ 両辺を x で割ると， $xy\div x=1200\div x,\ y=\frac{1200}{x}$

(2) (A の歯の数)×(A の回転数)＝(B の歯の数)×(B の回転数)

$25\times 48=15\times y,\ y=\frac{25\times 48}{15}=80$ (回転)

[仕事]

[問題](後期期末)

3 人でやると 8 日かかる仕事がある。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) この仕事を 1 人でやるとすると何日かかるか。

(2) この仕事を x 人でやると y 日かかるとして， y を x の式で表せ。

(3) この仕事を 4 人で行うと何日かかるか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

「3 人でやると 8 日かかる仕事」なので，(のべ日数)＝(日数)×(人数)＝8×3＝24

[解答](1) 24 日 (2) $y=\frac{24}{x}$ (3) 6 日

[解説]

(1) 「3 人でやると 8 日かかる仕事」なので，(のべ日数)＝(日数)×(人数)＝8×3＝24

よって，この仕事を 1 人でやると，(日数)×1＝24 なので，(日数)＝24

(2) この仕事を x 人でやると y 日かかるとすると，(日数)×(人数)＝24 より，

$y\times x=24$ 両辺を x で割ると， $y=24\div x$， $y=\frac{24}{x}$

(3) $y=\frac{24}{x}$ に， $x=4$ を代入すると， $y=\frac{24}{4}=6$

[問題](3 学期)

倉庫から大量の荷物を運び出したい。1 日 4 人で運び出すと，荷物を運び終わるまでに 10 日かかる。1 日 x 人で運び出すと終わるまでに y 日かかるとして，次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) 1 日に 5 人で運び出すと，終わるまでに何日かかるか。

(3) 運び出すのを 2 日で終わらせるには，1 日に何人必要か。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

「1 日 4 人で運び出すと，荷物を運び終わるまでに 10 日かかる」ので，

(のべ日数)＝(日数)×(人数)＝10×4＝40

[解答](1) $y=\frac{40}{x}$　(2) 8 日　(3) 20 人

[解説]

(1)「1 日 4 人で運び出すと，荷物を運び終わるまでに 10 日かかる」ので，

(のべ日数)＝(日数)×(人数)＝10×4＝40

この仕事を x 人でやると y 日かかるとすると，(日数)×(人数)＝40 より，

$y\times x=40$，$y=40\div x$，$y=\frac{40}{x}$

(2) $y=\frac{40}{x}$ に $x=5$ を代入すると，$y=\frac{40}{5}$ ＝8(日)

(3) $y=\frac{40}{x}$ に $y=2$ を代入すると，$2=\frac{40}{x}$，$2\times x=40$，$x=40\div 2=20$(人)

[その他]

[問題](3 学期)

公園に長方形の形をした面積が $600m^2$ の花壇を作ることになった。次の各問いに答えよ。

(1) 花だんの縦の長さを x m，横の長さを y m として，x と y の関係を式に表せ。

(2) 花だんの縦の長さを予定の 2 倍にすると，横の長さは予定の何倍になるか。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]
(長方形の面積)＝(縦)×(横)なので，$600 = x \times y$

[解答](1) $y = \dfrac{600}{x}$　(2) $\dfrac{1}{2}$倍

[解説]
(1) (長方形の面積)＝(縦)×(横)なので，$600 = x \times y$

$y = 600 \div x$，$y = \dfrac{600}{x}$

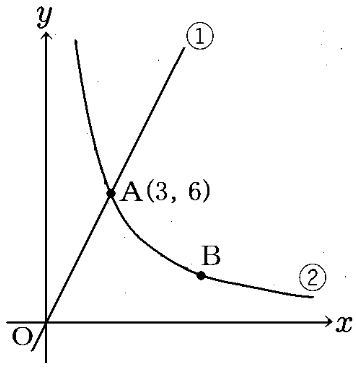
(2) $y = \dfrac{600}{x}$の式よりyはxに反比例するので，xが2倍になるとyは$\dfrac{1}{2}$倍になる。

【】グラフを使った問題

【】座標と式(基本)

[問題](後期中間)

右の図のように，$x>0$における比例のグラフ①と反比例のグラフ②の交点をAとする。Aの座標が(3，6)のとき，次の各問いに答えよ。



(1) ①のグラフの式を求めよ。

(2) ②のグララの式を求めよ。

(3) $x=6$のときの②のグラフ上の点をBとするとき, Bの座標を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

Aの座標は(3，6)なので，$x=3$のとき$y=6$になる。

(1) ①は比例のグラフなので，$y=ax$と表すことができる。点Aの座標を$y=ax$に代入。

(2) ②は反比例のグラフなので，$y=\frac{b}{x}$と表すことができる。点Aの座標を$y=\frac{b}{x}$に代入。

(3) (2)で求めた②の式に$x=6$を代入する。

[解答](1) $y=2x$　(2) $y=\frac{18}{x}$　(3) $(6,\ 3)$

[解説]

(1) ①は比例のグラフなので，式は$y=ax$と表すことができる。

Aの座標は(3，6)なので，$x=3$のとき$y=6$になる。

$y=ax$に$x=3$，$y=6$を代入すると，

$6=a\times3$，$a=6\div3$，$a=2$

よって，①のグラフの式は，$y=2x$である。

(2) ②は反比例のグラフなので，その式は$y=\frac{b}{x}$と表すことができる。

Aの座標は(3，6)なので，$x=3$のとき$y=6$になる。

$y=\frac{b}{x}$に$x=3$，$y=6$を代入すると，$6=\frac{b}{3}$

$6\times3=b$，$b=18$

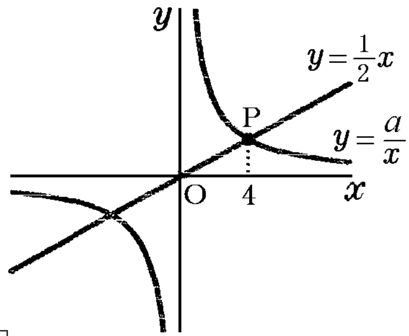
よって，②のグラフの式は，$y=\frac{18}{x}$である。

(3) 点Bは②のグラフ上にあるので，$y=\dfrac{18}{x}$ に $x=6$ を代入すると，

$y=\dfrac{18}{6}$，$y=3$　よって，Bの座標は$(6,\ 3)$である。

[問題](後期中間)

右の図のように，比例 $y=\dfrac{1}{2}x$ のグラフと反比例 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフが点Pで交わっている。点Pの x 座標が4のとき，次の各問いに答えよ。



(1) 点Pの座標を求めよ。
(2) a の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) $y=\dfrac{1}{2}x$ に $x=4$ を代入する。

[解答](1) (4，2)　(2) $a=8$

[解説]

(1) $y=\dfrac{1}{2}x$ に $x=4$ を代入すると，$y=\dfrac{1}{2}\times4=2$ なので，点Pの座標は(4，2)になる。

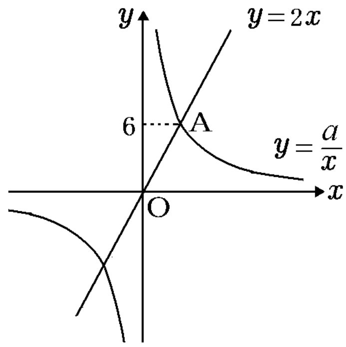
(2) P(4，2)は $y=\dfrac{a}{x}$ 上の点でもあるので，$y=\dfrac{a}{x}$ に $x=4,\ y=2$ を代入すると，

$2=\dfrac{a}{4}$，$a=2\times4=8$

[問題](後期中間)

右の図のように，$y=2x$ のグラフ上の点Aを通る $y=\dfrac{a}{x}$ がある。点Aの y 座標が6のとき，a の値を求めよ。

[解答欄]



[ヒント]
まず，$y=2x$ に $y=6$ を代入して点Aの x 座標を求める。

次に，点Aの x，y 座標を $y=\dfrac{a}{x}$ に代入する。

[解答] $a=18$
[解説]
点Aは $y=2x$ 上にあって，y 座標が6なので，
$y=2x$ に $y=6$ を代入して，$6=2x$，$x=6\div2=3$
よって，点Aの座標は(3，6)

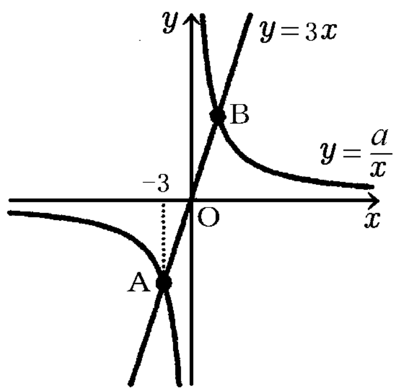
$y=\dfrac{a}{x}$ は点A(3，6)を通るので，

$y=\dfrac{a}{x}$ に $x=3$，$y=6$ を代入して，$6=\dfrac{a}{3}$

$a=6\times3=18$

[問題](後期中間)

右の図のように，$y=3x$ のグラフと $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフが，2点A，Bで交わっており，点Aの x 座標は−3である。次の各問いに答えよ。



(1) 点Aの座標を求めよ。
(2) a の値を求めよ。
(3) 点Bの座標を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]
(3) 点Bは原点についてAと点対称である。

[解答](1) (−3，−9)　(2) $a=27$　(3) (3，9)
[解説]
(1) 点Aは $y=3x$ 上の点なので，$y=3x$ に $x=-3$ を代入すると，$y=3\times(-3)=-9$
よって，点Aの座標は(−3，−9)になる。

(2) 点 A(−3，−9)は $y=\frac{a}{x}$ 上の点でもあるので， $y=\frac{a}{x}$ に $x=-3$, $y=-9$ を代入して，

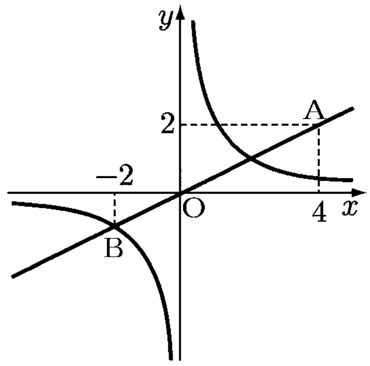
$-9=\frac{a}{-3}$， $a=(-9)\times(-3)=27$

(3) 点 B は原点について A(−3，−9)と点対称なので，その座標は(3，9)になる。

[問題](入試問題)

右の図のように，原点と点 A(4，2)を通る比例のグラフが，反比例のグラフと 2 点で交わっている。交点の 1 つを B として，その x 座標が−2 のとき，この反比例のグラフについて， y を x の式で表せ。

(宮城県)



[解答欄]

[ヒント]

まず，比例のグラフの式を $y=ax$ とおき，点 A(4，2)の座標を代入して a の値を求める。
求めた直線の式に点 B の x 座標−2 を代入して，点 B の y 座標を求める。

次に，反比例の式を $y=\frac{b}{x}$ とおき，点 B の座標を代入して b の値を求める。

[解答] $y=\frac{2}{x}$

[解説]

まず，比例のグラフの式を求める。

比例のグラフの式を $y=ax$ (a は比例定数)とおく。

$y=ax$ は点 A(4，2)を通るので， $x=4$， $y=2$ を $y=ax$ に代入すると， $2=4a$， $a=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

よって，比例のグラフの式は， $y=\frac{1}{2}x$ である。

点 B は $y=\frac{1}{2}x$ 上にあるので， $x=-2$ を $y=\frac{1}{2}x$ に代入すると， $y=\frac{1}{2}\times(-2)=-1$

したがって，点 B の座標は(−2，−1)である。

次に，反比例の式を $y=\frac{b}{x}$ (b は比例定数)とおく。

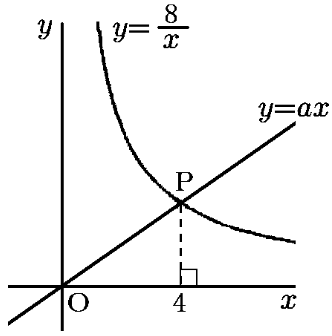
$y=\dfrac{b}{x}$ は，点 B(−2，−1)を通るので，$x=-2$，$y=-1$ を $y=\dfrac{b}{x}$ に代入して，

$-1=\dfrac{b}{-2}$，$b=(-1)\times(-2)=2$

よって，反比例のグラフは，$y=\dfrac{2}{x}$ である。

[問題](2 学期期末)

右の図のように $y=ax$ のグラフと $y=\dfrac{8}{x}$ のグラフが点 P で交わっている。点 P の x 座標は 4 である。
次の各問いに答えよ。
(1) 点 P の座標を求めよ。
(2) a の値を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) 点 P は $y=\dfrac{8}{x}$ 上の点であるので，$y=\dfrac{8}{x}$ に $x=4$ を代入すると点 P の y 座標が求められる。

(2) 点 P の座標は(4，2)は $y=ax$ 上の点でもあるので，$y=ax$ に(1)で求めた点 P の座標を代入する。

[解答](1) (4，2)　(2) $a=\dfrac{1}{2}$

[解説]

(1) 点 P は $y=\dfrac{8}{x}$ 上の点であるので，$y=\dfrac{8}{x}$ に $x=4$ を代入すると点 P の y 座標が求められる。

$y=\dfrac{8}{4}=2$　したがって，点 P の座標は(4，2)である。

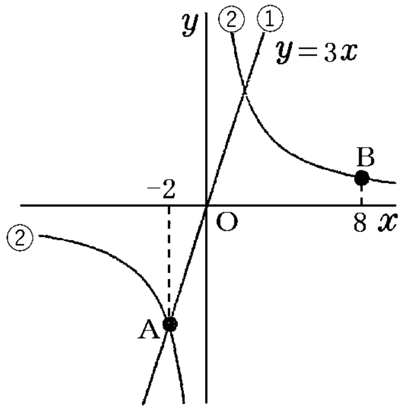
(2) 点 P の座標は(4，2)は $y=ax$ 上の点でもあるので，$y=ax$ に $x=4$, $y=2$ を代入して，

$2=4a$，$a=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

【】座標と式(応用)

[問題](後期中間)

右の図で，直線①は $y=3x$，曲線②は反比例のグラフである。点 A は直線と曲線の交点で x 座標は－2 である。点 B が曲線上にあり，x 座標が 8 のとき，点 B の y 座標を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

①の式，②の式，点 A の座標，点 B の座標の 4 つにおいて，わかるものから算出していく。まず，①の式 $y=3x$ と点 A の x 座標－2 に注目する。

[解答] $\dfrac{3}{2}$

[解説]

①の式，②の式，点 A の座標，点 B の座標の 4 つにおいて，わかるものから算出していく。まず，①の式 $y=3x$ と点 A の x 座標－2 に注目する。

$y=3x$ に $x=-2$ を代入すると，$y=3\times(-2)=-6$ となるので，点 A の座標が(－2，－6)であることがわかる。

次に，点 A(－2，－6)が曲線②上の点であることから，②の式を求める。曲線②は反比例のグラフなので，$y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる。$y=\dfrac{a}{x}$ に $x=-2,\ y=-6$ を代入すると，

$-6=\dfrac{a}{-2}$，$a=(-6)\times(-2)=12$ となる。よって，②の式は $y=\dfrac{12}{x}$ になることがわかる。

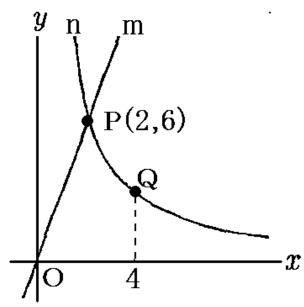
点 B の x 座標が 8 なので，$y=\dfrac{12}{x}$ に $x=8$ を代入すると，$y=\dfrac{12}{8}=\dfrac{3}{2}$ になる。

[問題](2 学期期末)

右の図は，2 つのグラフの交点が P(2，6)であることを表している。また，反比例のグラフ n 上の点 Q の x 座標は 4 である。次の各問いに答えよ。

(1) m の式を求めよ。

(2) 比例 $y=ax$ のグラフが P，Q 間(P，Q をふくむ)で n のグラフと交わるとき，a の値の範囲を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) m は原点を通る直線なので x, y は比例の関係にある。よって，m の式は $y=ax$ とおくことができる。点 P(2，6)は直線 m 上にあるので， $x=2$, $y=6$ を $y=ax$ に代入する。

(2) (1)より， $y=ax$ のグラフが P を通るときは $a=3$ である。

$y=ax$ が点 Q を通るときの a の値を求めるためには，点 Q の座標が必要である。

そこで，まず，n の式を求める。

[解答](1)　$y=3x$　(2)　$\frac{3}{4}\leqq a\leqq 3$

[解説]

(1) m は原点を通る直線なので x, y は比例の関係にある。よって，m の式は $y=ax$ とおくことができる。点 P(2，6)は直線 m 上にあるので， $x=2$, $y=6$ を $y=ax$ に代入すると，

$6=a\times 2$， $a=6\div 2=3$

よって，m の式は $y=3x$ になる。

(2) (1)より， $y=ax$ のグラフが P を通るときは $a=3$ である。

$y=ax$ が点 Q を通るときの a の値を求めるためには，点 Q の座標が必要である。

そこで，まず，n の式を求める。

n は反比例のグラフなので， $y=\frac{b}{x}$ とおくことができる。

n は点 P(2，6)を通るので， $x=2$, $y=6$ を $y=\frac{b}{x}$ に代入して， $6=\frac{b}{2}$， $b=6\times 2=12$

よって，n の式は $y=\frac{12}{x}$ になる。

点 Q の x 座標は 4 なので， $x=4$ を $y=\frac{12}{x}$ に代入すると， $y=\frac{12}{4}=3$ になり，

点 Q の座標は(4，3)とわかる。

$y=ax$ が点 Q(4, 3)を通るときの a の値を求めるために，$y=ax$ に $x=4$, $y=3$ を代入すると，

$3=a\times 4$， $a=3\div 4=\frac{3}{4}$

以上より，比例 $y=ax$ のグラフが P，Q 間で n のグラフと交わるとき， a の値の範囲は，

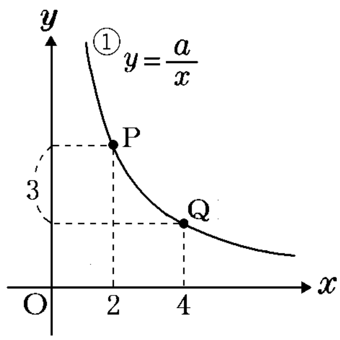
$\frac{3}{4}\leqq a\leqq 3$ になることがわかる。

[問題](2 学期期末)

右の図で，曲線①は$y=\dfrac{a}{x}$のグラフである。点 P および点 Q は曲線①上の点で，x座標は 2 および 4 であり，y座標の差は 3 である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) aの値を求めよ。

(2) 比例のグラフ$y=mx$が点 P, Q の間で曲線①と交わるとき，mの範囲を求めよ。



[解答欄]

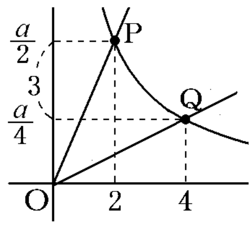
(1)	(2)

[ヒント]

(1) (点 P のy座標)−(点 Q のy座標)＝3

点 P，Q のy座標は$y=\dfrac{a}{x}$に，それぞれ$x=2$，$x=4$を代入する。

(2) まず, (1)で求めた①の式から，点 P, Q のy座標を求めておく。次に，$y=mx$が点 P，Q を通るときのmの値をそれぞれ求める。

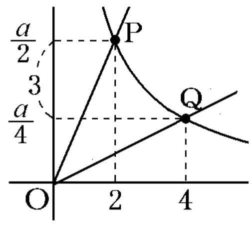


[解答](1) $a=12$　(2) $\dfrac{3}{4}\leqq m\leqq 3$

[解説]

(1) 点 P のx座標は$x=2$なので，y座標は，$y=\dfrac{a}{x}=\dfrac{a}{2}$である。

点 Q のx座標は$x=4$なので，y座標は，$y=\dfrac{a}{x}=\dfrac{a}{4}$である。



点 P と点 Q のy座標の差が 3 なので，$\dfrac{a}{2}-\dfrac{a}{4}=3$

両辺に，4 をかけると，$2a-a=12$，よって$a=12$

(2) (1)より曲線①の式は$y=\dfrac{12}{x}$である。

点 P のx座標は 2 なので，y座標は$y=\dfrac{12}{2}=6$である。

$y=mx$が点 P を通るとき，$x=2,\ y=6$を$y=mx$に代入すると，

$6=m\times 2$，$m=6\div 2=3$

点 Q のx座標は 4 なので，y座標は$y=\dfrac{12}{4}=3$である。

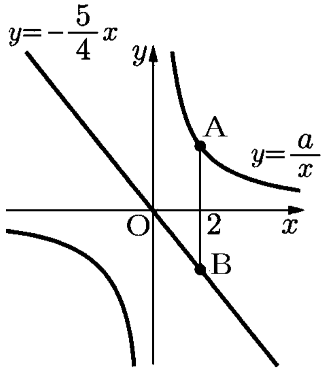
$y=mx$ が点 Q を通るとき，$x=4,\ y=3$ を $y=mx$ に代入すると，

$3=m\times 4$，$m=3\div 4=\dfrac{3}{4}$

したがって，m の範囲は，$\dfrac{3}{4}\leqq m\leqq 3$ である。

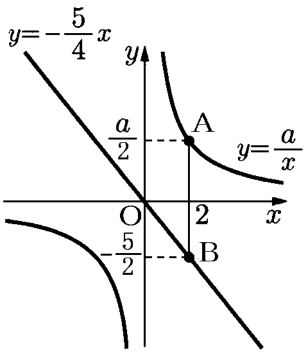
[問題](2 学期期末)

右の図のように，2 つの関数 $y=\dfrac{a}{x}\ (a>0)$，$y=-\dfrac{5}{4}x$ のグラフ上で，x 座標が 2 である点をそれぞれ A，B とする。AB＝6 となるときの a の値を求めよ。



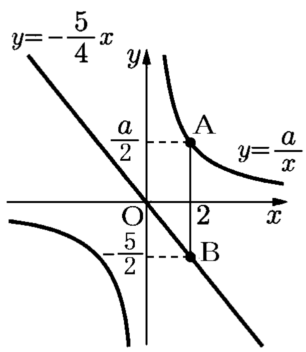
[解答欄]

[ヒント]



[解答] $a=7$

[解説]



点 A の y 座標は，$x=2$ を $y=\dfrac{a}{x}$ に代入して，$y=\dfrac{a}{2}$

点 B の y 座標は，$x=2$ を $y=-\dfrac{5}{4}x$ に代入して，

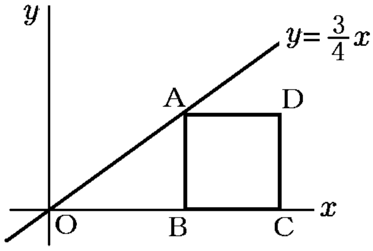
$y=-\dfrac{5}{4}\times 2=-\dfrac{5}{2}$

AB の長さは，y 座標の大きい方から小さい方を引いて，

AB＝$\dfrac{a}{2}-\left(-\dfrac{5}{2}\right)=\dfrac{a}{2}+\dfrac{5}{2}$，AB＝6 なので，$\dfrac{a}{2}+\dfrac{5}{2}=6$，$a+5=12$，$a=7$

[問題](後期中間)

右の図で，点 A は $y=\frac{3}{4}x$ のグラフ上の点で，



四角形 ABCD は正方形である。次の各問いに答えよ。

(1) 点 B の x 座標が 12 のとき，点 D の座標を求めよ。

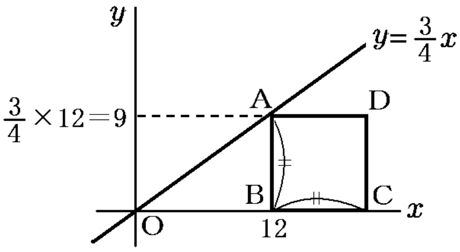
(2) 点 D の x 座標が 14 のとき，点 B の座標を求めよ。

[解答欄]

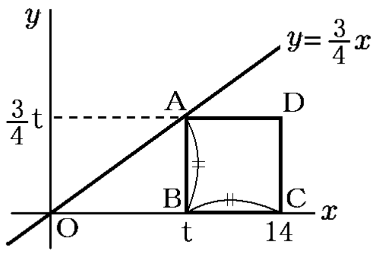
(1)	(2)

[ヒント]

(1)



(2)

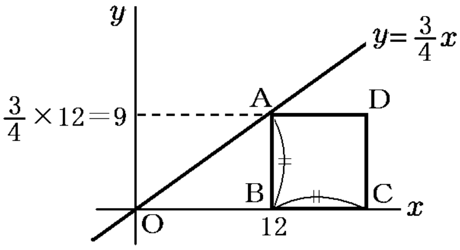


[解答](1) (21，9)　(2) (8，0)

[解説]

(1) 点 A と点 B の x 座標は等しいので，点 A の x 座標も 12 になる。

点 A は $y=\frac{3}{4}x$ のグラフ上の点なので，



$y=\frac{3}{4}x$ に $x=12$ を代入して，$y=\frac{3}{4}\times 12=9$

したがって，AB＝9 であることがわかる。

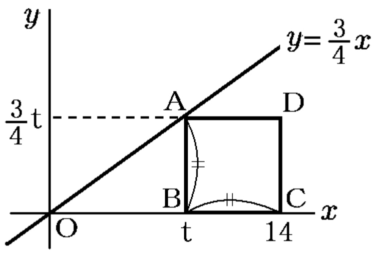
四角形 ABCD は正方形なので，BC＝AB＝9 になる。点 B の x 座標は 12 なので，

(点 D の x 座標)＝(点 C の x 座標)＝(点 B の x 座標)＋BC＝12＋9＝21

点 D の y 座標は，点 A の y 座標 9 に等しいので，点 D の座標は(21，9)になる。

(2) 点 B の x 座標を $x=t$ とおくと，点 A の x 座標も $x=t$

となる。点 A は $y=\frac{3}{4}x$ のグラフ上の点なので，



$y=\frac{3}{4}x$ に $x=t$ を代入して $y=\frac{3}{4}t$ なので，AB＝$\frac{3}{4}t$

四角形 ABCD は正方形なので，BC＝AB＝$\frac{3}{4}t$

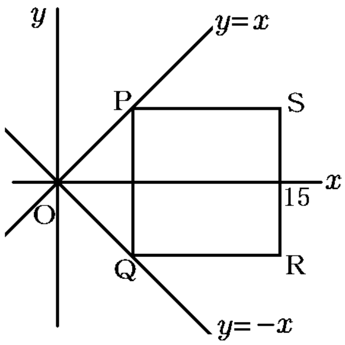
(点 D の x 座標)＝(点 C の x 座標)＝(点 B の x 座標)＋BC＝$t+\frac{3}{4}t=\frac{7}{4}t$

「点Dのx座標が14」という条件より，$\frac{7}{4}t=14$，$t=14\div\frac{7}{4}=14\times\frac{4}{7}=8$

よって，点Bの座標は(8，0)である。

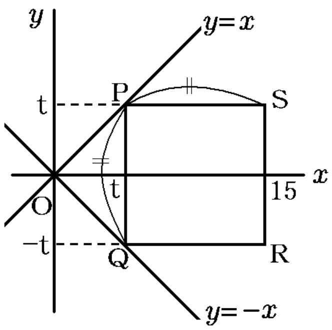
[問題](後期期末)

右の図で，点Pは比例$y=x$のグラフ上のx座標が正である点である。点Pからx軸に垂線をひき，比例$y=-x$のグラフとの交点を点Qとする。また，四角形PQRSはPQを1辺とする正方形である。点Sのx座標が15であるとき点Pの座標を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答](5，5)

[解説]

点Pのx座標を$x=t$とおく。点Pは$y=x$のグラフ上にあるので，$y=x$に$x=t$を代入して，$y=t$。

点Qのx座標も$x=t$になるので，$y=-x$に$x=t$を代入して，$y=-t$。PQ＝(点Pのy座標)－(点Qのy座標)＝$t-(-t)=2t$

四角形PQRSはPQを1辺とする正方形なので，

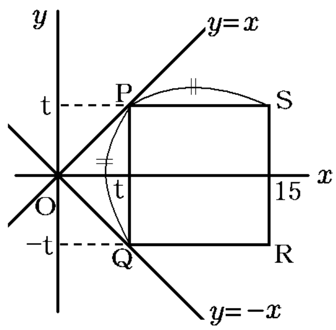
PS＝PQ＝$2t$

(点Sのx座標)＝(点Pのx座標)＋PS＝$t+2t=3t$

「点Sのx座標が15である」ので，

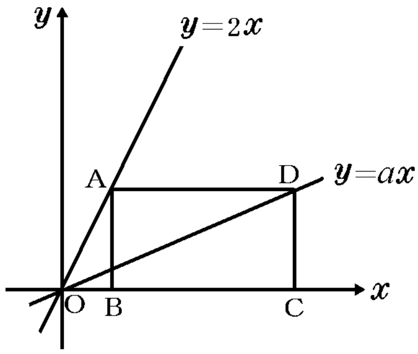
$3t=15$，$t=15\div3=5$

よって，点Pの座標は(5，5)である。



[問題](2 学期期末)

右の図で，2 点 B，C は x 軸上にあり，長方形 ABCD の辺 AB と BC の長さの比は 2 : 3 である。2 点 O，A を通るグラフを $y=2x$，2 点 O，D を通るグラフを $y=ax$ とするとき，次の各問いに答えよ。



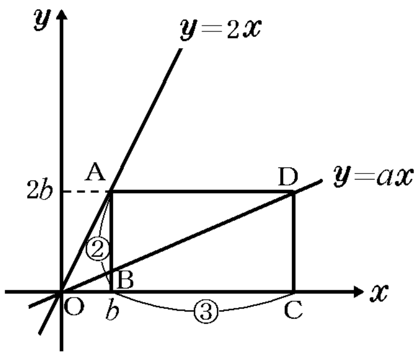
(1) 点 B の x 座標を b とすると，点 C の x 座標を b を使って表せ。

(2) a の値を求めよ。

[解答欄]

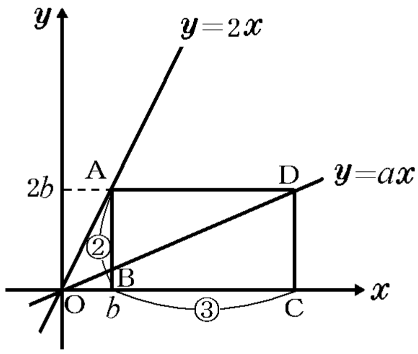
(1)	(2)

[ヒント]



[解答](1) $4b$　(2) $a=\frac{1}{2}$

[解説]



(1) 点 B の x 座標が b なので, 点 A の x 座標も b になる。
$y=2x$ に $x=b$ を代入すると， $y=2b$ となる。よって点 A の y 座標は $2b$ で，AB＝$2b$

AB と BC の長さの比は 2 : 3 であるので，BC＝$3b$

点 B の x 座標が b で BC＝$3b$ なので，点 C の x 座標は $b+3b=4b$ である。

(2) 点 D の y 座標は点 A の y 座標と等しく $y=2b$

よって点 D の座標は $(4b,\ 2b)$

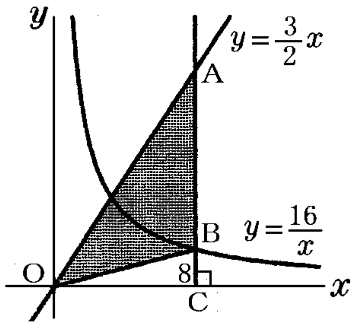
$y=ax$ に $x=4b,\ y=2b$ を代入すると， $2b=a\times 4b$

両辺を $4b$ で割ると， $a\times 4b\div 4b=2b\div 4b,\ \frac{a\times 4b}{4b}=\frac{2b}{4b},\ a=\frac{1}{2}$

【】面積

[問題](後期中間)

次の図の影をつけた三角形 ABO の面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

三角形 ABO で AB を底辺とすると高さは OC になる。

[解答]40

[解説]

三角形 ABO で AB を底辺とすると高さは OC になる。

点 C の x 座標は 8 なので，OC＝8

点 A の y 座標は，$x=8$ を $y=\frac{3}{2}x$ に代入して，$y=\frac{3}{2}\times 8=12$

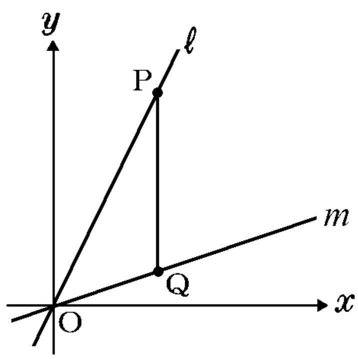
点 B の y 座標は，$x=8$ を $y=\frac{16}{x}$ に代入して，$y=\frac{16}{8}=2$ なので，

AB＝12－2＝10

よって，(三角形 ABO の面積)＝$\frac{1}{2}$×AB×OC＝$\frac{1}{2}\times 10\times 8=40$

[問題](2 学期期末)

右の図で，l，m は比例のグラフであり，l は点(4，8)，m は点(6，2)を通る。また，点 P，Q はそれぞれ，l，m 上の点で，PQ は y 軸に平行である。次の各問いに答えよ。



(1) グラフ l について，y を x の式で表せ。

(2) グラフ m について，y を x の式で表せ。

(3) 点 P の y 座標が 24 のとき，点 Q の座標を求めよ。

(4) (3)のとき，点 P から点 Q までの長さを求めよ。

(5) (3)のとき，三角形 POQ の面積を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[ヒント]

(3) 直線 l の式に $y=24$ を代入→P の x 座標→Q の x 座標→Q の y 座標

(4) (PQ の長さ)＝(P の y 座標)－(Q の y 座標)

(5) 三角形 POQ で，PQ を底辺とする。

[解答](1) $y=2x$　(2) $y=\dfrac{1}{3}x$　(3) (12，4)　(4) 20　(5) 120

[解説]

(1) 直線 l の式を $y=ax$ とおいて(4，8)の座標を代入すると，$8=4a$，$a=2$

よって，直線 l の式は $y=2x$ である。

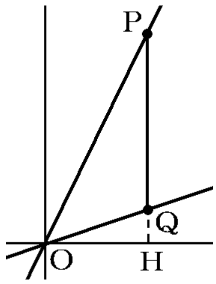
(2) 直線 m の式を $y=bx$ とおいて(6，2)の座標を代入すると，$2=6b$，$b=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

よって，直線 m の式は $y=\dfrac{1}{3}x$ である。

(3) 点 P の y 座標が 24 なので，$y=24$ を直線 l の式 $y=2x$ に代入すると，$24=2x$，$x=12$ なので点 P の x 座標は 12 である。PQ は y 軸に平行なので，点 Q の x 座標も 12 になる。

$x=12$ を直線 m の式 $y=\dfrac{1}{3}x$ に代入すると，$y=\dfrac{1}{3}\times 12=4$ になる。

したがって，点 Q の座標は(12，4)である。



(4) (PQ の長さ)＝(P の y 座標)－(Q の y 座標)＝24－4＝20

(5) 三角形 POQ で，PQ を底辺とすると，高さは右図の OH になる。

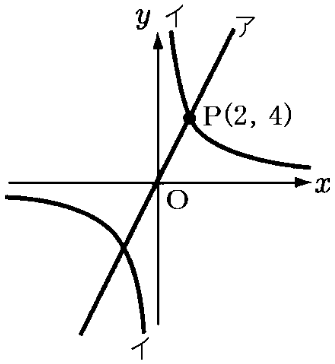
点 P，Q の x 座標は 12 なので，OH＝12 である。

(PQ の長さ)＝20 なので,

(三角形 POQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times$PQ$\times$OH＝$\dfrac{1}{2}\times 20\times 12=120$

[問題](入試問題)

右の図のように，y が x に比例する関数アのグラフと，y が x に反比例する関数イのグラフが，点 P で交わっている。点 P の座標が，(2, 4)であるとき，次の各問いに答えよ。



(1) 関数ア，イのそれぞれについて， y を x の式で表せ。

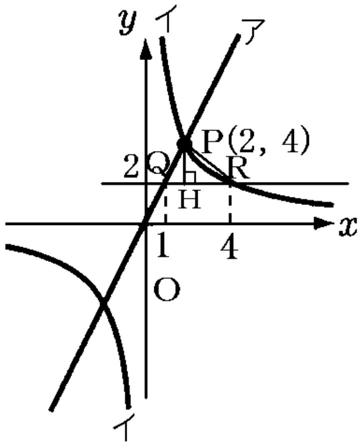
(2) x 軸に平行で y の値がつねに 2 になる直線と関数ア，イのグラフの交点をそれぞれ Q，R とするとき，三角形 PQR の面積を求めよ。ただし，座標の 1 目もりを 1cm とする。

(三重県)

[解答欄]

(1)ア	イ	(2)

[ヒント]



[解答](1)ア　$y=2x$　イ　$y=\frac{8}{x}$　(2) 3cm²

[解説]

(1) y が x に比例する関数アのグラフの式は $y=ax$ とおくことができる。

$y=ax$ は点 P(2, 4)を通るので，$x=2$，$y=4$ を $y=ax$ に代入すると，$4=a\times2$，$2a=4$，$a=2$

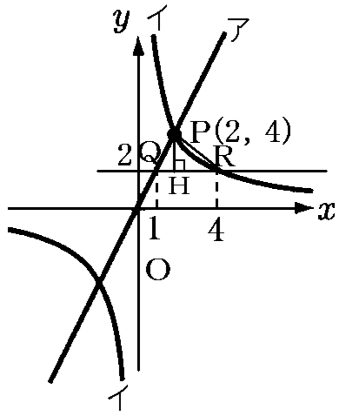
よって，アの式は $y=2x$ である。

y が x に反比例する関数イの式は $y=\frac{b}{x}$ とおくことができる。$y=\frac{b}{x}$ は点 P(2, 4)を通るので，

$x=2$， $y=4$ を $y=\frac{b}{x}$ に代入すると， $4=\frac{b}{2}$， $b=4\times2=8$

よって，イの式は $y=\frac{8}{x}$ である。

(2) 右図のように，三角形 PQR の底辺を QR とすると，高さは PH である。まず，QR の長さを求めるために，Q と R の x 座標を求める。



アの式 $y=2x$ に $y=2$ を代入すると，$2=2x$，$x=1$ なので Q の x 座標は 1 である。

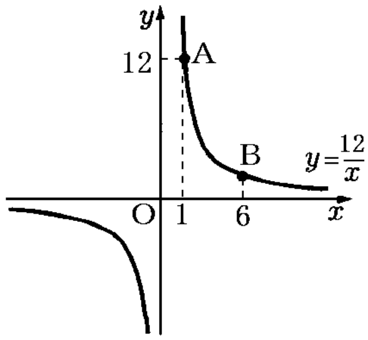
イの式 $y=\dfrac{8}{x}$ に $y=2$ を代入すると，$2=\dfrac{8}{x}$，$2x=8$，$x=4$

なので R の x 座標は 4 である。よって，QR＝4－1＝3(cm)である。

次に，PH の長さを求める。P の y 座標は 4，H の y 座標は 2 なので，PH＝4－2＝2(cm)になる。よって，(三角形 PQR の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺 QR)×(高さ PH)＝$\dfrac{1}{2}\times3\times2$ ＝3(cm²)

[問題](入試問題)

$y=\dfrac{12}{x}$ のグラフ上に点 A(1, 12)と点 B があり，点 B の x 座標は 6 である。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 点 B の y 座標を求めよ。

(2) 三角形 OAB の面積を求めよ。ただし，座標の 1 目もりは 1cm とする。

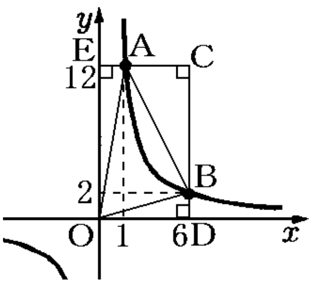
(沖縄県)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(2) 長方形 ODCE の面積から 3 つの直角三角形の面積を引く。

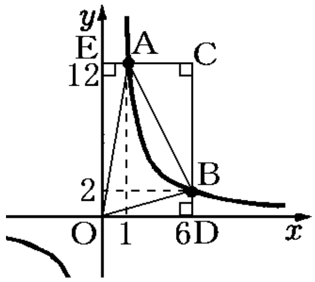


[解答](1) 2　(2) 35cm²

[解説]

(1) 点 B の x 座標は 6 なので， $x=6$ を $y=\dfrac{12}{x}$ に代入すると， $y=\dfrac{12}{6}=2$

(2) 右図のように三角形 OAB を囲む長方形 ODCE をとる。



この長方形の面積から，三角形 OBD と三角形 ABC と三角形 AOE の面積を引くことによって，三角形 OAB の面積を求める。

(長方形 ODCE の面積)＝OE×OD＝12×6＝72(cm^2)

(三角形 OBD の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OD×BD＝$\dfrac{1}{2}\times 6\times 2$＝6(cm^2)

(三角形 ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AC×BC＝$\dfrac{1}{2}\times(6-1)\times(12-2)=\dfrac{1}{2}\times 5\times 10$＝25(cm^2)

(三角形 AOE の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AE×OE＝$\dfrac{1}{2}\times 1\times 12$＝6(cm^2)

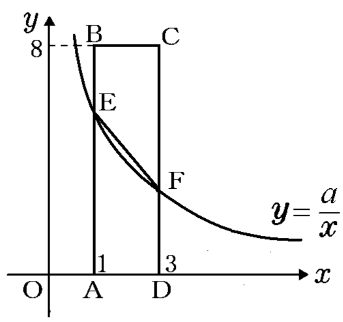
よって，

(三角形 OAB の面積)＝(長方形 ODCE)－(三角形 OBD)－(三角形 ABC)－(三角形 AOE)

＝72－6－25－6＝35(cm^2)

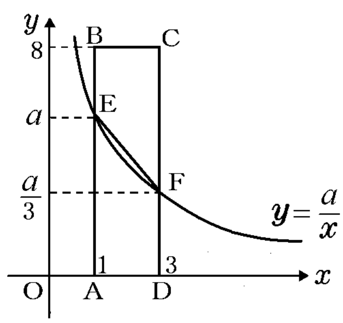
[問題](2 学期期末)

右の図のように， $y=\dfrac{a}{x}$ $(a>0)$のグラフと 4 点 A(1，0)，B(1，8)，C(3，8)，D(3，0)を頂点とする四角形 ABCD がある。 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフと線分 AB，CD との交点をそれぞれ E，F とする。四角形 EBCF の面積が四角形 ABCD の面積の $\dfrac{1}{2}$ となるとき， a の値を求めよ。



[解答欄]

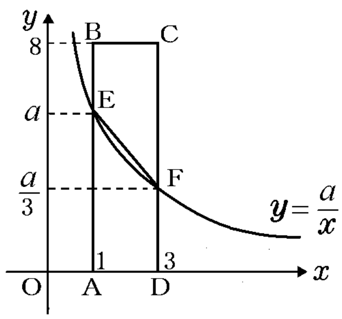
[ヒント]



[解答] $a=6$

[解説]

四角形 AEFD の面積に注目する。



四角形 EBCF の面積は四角形 ABCD の面積の $\frac{1}{2}$ なので，四角形 AEFD の面積も四角形 ABCD の面積の $\frac{1}{2}$ である。

四角形 ABCD の面積は，(3－1)×8＝16 であるので，

四角形 AEFD の面積は，$16\times\frac{1}{2}=8$ となる。・・・①

次に，四角形 AEFD の面積を a を使って表す。

図より，点 E の x 座標は 1 なので，$y=\frac{a}{x}$ に $x=1$ を代入して，$y=a$

また，点 F の x 座標は 3 なので，$y=\frac{a}{x}$ に $x=3$ を代入して，$y=\frac{a}{3}$

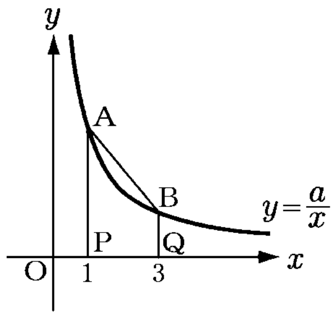
四角形 AEFD は AE を下底，DF を上底，AD を高さとする台形なので，

(四角形 AEFD の面積)＝$\frac{1}{2}\times\left(a+\frac{a}{3}\right)\times 2=a+\frac{a}{3}=\frac{4}{3}a$

①より，四角形 AEFD の面積は 8 なので，$\frac{4}{3}a=8$，よって，$a=8\div\frac{4}{3}=8\times\frac{3}{4}=6$

[問題](入試問題)

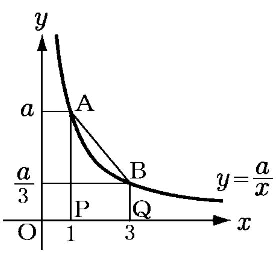
右の図において，2 点 A，B は反比例 $y=\frac{a}{x}$ $(a>0)$のグラフ上にあり，点 A の x 座標は 1，点 B の x 座標は 3 である。A，B から x 軸に垂線をひき，x 軸との交点をそれぞれ P，Q とする。四角形 APQB の面積が 4 であるとき，a の値を求めよ。



(山形県)

[解答欄]

[ヒント]

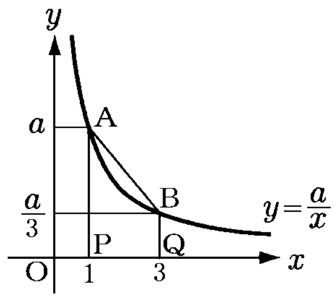


[解答]3

[解説]

点 A の x 座標は 1 なので， $x=1$ を $y=\dfrac{a}{x}$ に代入すると， $y=\dfrac{a}{1}=a$

点 B の x 座標は 3 なので，$x=3$ を $y=\dfrac{a}{x}$ に代入すると， $y=\dfrac{a}{3}$



右図はグラフに座標を書き込んだものである。
四角形 APQB は台形である。

(上底 BQ)＝$\dfrac{a}{3}$，(下底 AP)＝a，(高さ PQ)＝3－1＝2 なので，

(台形 APQB の面積)＝$\dfrac{1}{2}$ ×(BQ＋AP)×PQ＝$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a}{3}+a\right)\times 2=\dfrac{1}{3}a+\dfrac{3}{3}a=\dfrac{4}{3}a$

「四角形 APQB の面積が 4 である」とあるので， $\dfrac{4}{3}a=4$， $a=4\div\dfrac{4}{3}=4\times\dfrac{3}{4}=3$